ARYTMETYKA
czyli
NAUKA
o
RACHUNKACH

Spoſobem łatwym, y do wyż-
ſzey Matematyki Reguł przy-
ſtoſowanym z Auktorow
wybornych

ZEBRANA.

W WARSZAWIE
w Drukarni J. K. MCi y Rzeczypoſpolitey
u XX. *Scholarum Piarum.*

MDCCLXVI.

Nemo ad Divinarum, humanarumque rerum cognitionem accedat, nisi prius annumerandi artem addiscat.

S. Augustinus Lib: de Doct: Christiana.

Do Boskich, y Ludzkich rzeczy poznania niechay się nie zabiera, ktokolwiek wprzod w nauce o Rachunkach wydoskonalony nie będzie.

S. Augustyn w Księdze o nauce Chrześci:

Do Wielmożnego
JMCi PANA
MICHAŁA ROKICKIEGO
REGENTOWICZA, WIELKIEGO XIĘSTWA LITEWSKIEGO.

KSiążka ta zamykaiąca w sobie Naukę o Rachunkach, ktorą WWMCPan Dobrodziey Jmieniem swoim zaszczycić pozwoliłeś, iako wszelkiey kondycyi Ludziom pożyteczna iest, y potrzebna, tak każdy z nich, pożytku swoiego pierwszym sprawcą, y Auktorem WMCPana Dobrodzieia nazwać powinien, z ktorego łaskawey Dobroci, skuteczne opatrzone mi są sposoby, na przysłużenie się publiczney wygodzie tą pracą moią.

Zaden nie będzie taki, ktoryby wspaniałości umysłu WMCPana w tey mierze szacować niemiał, że w pierwszym wieku swe-

go zapędzie, wſtępuieſz w ten tor, ktory do prawdziwey, y gruntowney chwały Człowieka nieomylnie prowadzi. Coż albowiem większą w potomne czaſy chwałę Człowiekowi ziednać może? iako publiczney ſwym nakładem ſłużyć wygodzie? y nauki w Oyczyſtym Kraiu ſwą rozkrzewiać pomocą? Tę myśl mieli wielcy owi w Oyczyznie naſzey Ludzie, ktorych ſława z laty ſię pomnaża, ZAMOYSCY, KRYCCY, KMITOWIE, y inni, ażeby przez podzwignienie nauk, y Ziomkom ſwoim łatwe do uſzczęśliwienia, y Sobie naypewnieyſze do chwały opatrzyli ſpoſoby. Na ktorych naśladowaniu że WMCPan piękne dzieł ſwoich gruntuieſz początki, ktoż wrożyć niema? że podobnychże niegdyś, co oni, z nich dla ſiebie doczekaſz ſię ſkutkow? Luboć w Swiętey pamięci OYCU TWOIM, nayſkutecznieyſzy, bo Domowy maſz Przykład,

ktorego

ktorego pięknemi idąc ślady, niezawodną do Chwały, Godności, y powſzechney Eſtymy, uścieleſz ſobie drogę. Maſz życie JEGO na chwalebnych ſtrawione dziełach. Szczerą, y prawdziwą Obywatelſką uczynnością, tak Ziomkow ſwoich ku ſobie pociągnął ſerca, że Go gruntownie kochali, poważali ſtatecznie. Cnotą, y Sprawiedliwością żarliwego Obywatela wypełnił obowiązki. Roſtropnością zaś ſwoią znacznie pomnożył, a pomnożone przezornością utrzymywał Fortuny ſwoie. Szły zatym iednomyślne wſzyſtkich Obywatelow ku niemu chęci, kiedy ſześć razy Poſelſka, ſiedm razy Deputacka, powierzone były Mu Funkcye. Szedł zatym winny takowym Obywatelom Honor, kiedy z ſprawiedliwego na JEGO zaſługi względu, Regencyą W. X. Lit. przyozdobiony zoſtał. Idzie zatym Sława, ktora Jmię Jego poźney konſekruie pamięci.

Ten

Ten to ieſt abrys, w ktory iako w zwierciadło WMCPan wpatruiąc ſię, a obyczaie, y wſzyſtkie poſtępki ſwoie z nim konfrontuiąc, wſzyſtkim życzliwym Jmieniowi Swoiemu, pożądany OYCA TWOIEGO, a Oyczyznie, ze wſzech miar użyteczny, w Oſobie ſwoiey wyſtawiſz obraz. Jakoż znakomite WMCPana ku naukom przywiązanie, łagodne, y miłe poſtępki, wrodzona Serca Dobroć, ſą iuż niezawodnym dalſzych pięknych WMCPana dzieł, a naſzych teraznieyſzych nadziei, gruntem.

Niech BOG ſzacowne WMCPana konſerwuie zdrowie, a piękne ſtwierdza zamyſły; z ktorych niegdyś pożytek Oyczyzna, zaſzczyt Krewni, ukontentowanie Przyiaciele, WMCPan zaś ſam, pewne chwały, y Honorow mogłbyś korzyſtać ſtopnie. Tego życzyć za oſobliwſzą mam ſobie powinność, zoſtaiący nieſkończenie WMCPana Dobrod:

nayniżſzym Sługą
P. Skaradkiewicz *S.P.*

DO CZYTELNIKA.

Wielu ieſt, ktorzy Arytmetykę Ludziom ſzczegulnie handlem, lub Reieſtrami bawiącym ſię, potrzebną bydź mniemaią. Mądrych Ludzi daleko inſze w tey mierze ieſt zdanie, ktorzy z właſnego doświadczenia naylepiey o tey Scyencyi ſądzić umieią. Geometrya, Fizyka, Architektura Cywilna, y Zołnierſka, zgoła wſzyſtkie Scyencye Praktyczne bez Arytmetyki niedoſtępne, y po większey części niezrozumiane ſą, tak dalece: że Plato Arytmetykę wſtępem do wſzyſtkich innych ſztuk, y umieiętności bydź mieni.

Spoſob, ktory w przepiſaniu Reguł Rachunkowych w tey Kſiążce zachowałem, ſpodziewam ſię, że każdy łatwym, y wielce użytecznym bydź oſądzi, zwłaſzcza, że wzięty ieſt z wybornych, ktorzy w tym gatunku bydź mogą Auktorow, a oſobliwie z X. Paulina Cheluccego S. P. ſławnego niegdyś Kraſomoſtwa w Akademii Rzymſkiey Profeſſora, y z X. Dalhama, publicznego w Akademii Wideńſkiey Matematyki, y Filozofii Nauczyciela.

Nowość

Nowość słow, ktore z Łacińskich terminow starałem się wyłożyć, ażeby nikogo niezrażała, przydawałem natychmiast y terminy Łacińskie toż samo znaczące, aż z czasem otartszy się, w zwyczay, y w powszechne zażywanie wnidą.

Fundamenta, y Demonstracye wszystkich Operacyi Rachunkowych, ktore przytoczyłem, w każdym ten powinny uczynić skutek, naprzod, że pozna iż nie bez przyczyny każda Operacya tak odprawować się powinna, a tym samym lepiey sobie ią wbiie w pamięć. Powtore, że przyzwyczaiwszy się do tych krotszych, y łatwieyszych w Arytmetyce Demonstracyi, z większą potym snadnością daleko trudnieysze w Algebrze, w Matematyce, y w Fizyce poymie.

Progressye o ktorych dosyć obszerną dałem naukę, do Trygonometryi, y do Logarytmow nieskończenie są potrzebne. Frakcye Dziesiątkowe do Algebry, z ktorey dokładnieysze ich Opisania, y Demonstracye każdy do dalszey Matematyki zabieraiący się, wyczyta.

NAU-

NAUKA O RACHUNKACH

ARYTMETYKA ieſt pierwſza część MATEMATYKI zamykaiąca w ſobie naukę o liczbie, czyli ſpoſob rachowania. Części iey generalnie ieſt pięć: *Rachunek proſty, Addycya, Subtrakcya, Multyplikacya y Dywizya.*

Charakterow czyli Figur Arytmetycznych ieſt dziewięć: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. ktorym dodaie ſię zero czyli Cyfra 0. Ta przez ſiebie nic nieważy, ale przydana na końcu inney liczby, cenę iey dzieſięć razy podnoſi; tak przydana na końcu dwoch. 20. czyni dzieſięć razy dwa to ieſt dwadzieścia, przydana na końcu piąciu, 50. czyni dzieſięć razy pięć to ieſt pięćdzieſiąt.

Liczby rodzaie rożne ſą: Inna ieſt liczba proſta *numerus ſimplex* iedną wyrażona figurą. *naprzykład*, 5. Inna liczba ſkładana, *Numerus Compoſitus*, ktora więcey figur w ſobie zamyka *np.* 12, 123

Liczby iednego gatunku *Numeri homogenei;* ſą te, przez ktore wyrażaią ſię rzeczy iednego rodzaiu *np.* ſame złote, ſame funty, lub ſame łokcie.

Liczby rożnego gatunku *Numeri heterogenei* ſą te, ktore znaczą rzeczy rożnego między ſobą rodzaiu. *np.* Złote, Groze, Szelągi, albo też Dni, Godziny, Minuty.

Liczby iednego gatunku, można, dodawać, odciągać, mnożyć, y dzielić, ale liczb rożnego gatunku bynaymniey, aż poki niebędą na ieden gatunek redukowane.

Liczba Całkowita *numerus Integer* wyraża mi rzecz całą. Liczba Łamana *numerus fractus* część tylko rzeczy iakiey w ſobie zawiera.

Liczba łamana wyraża ſię dwoma liczbami, z ktorych iedna nad liniyką położona, żowie ſię Licznik, *Numerator*, y pokazuie mi wiele mam części z rzeczy podzieloney. Druga Liczba pod Liniyką położona, zowie ſię Mianownik, *Denominator* y pokazuie, na wiele części rzecz ow podzielona była. Tak *np.* $\frac{3}{4}$. znaczy, że rzeczy iakiey, daymy godziny, na cztery części podzieloney, trzy części iuż upłynęło. Maiąc tudzież $\frac{2}{3}$ iednego Złotego znaczy: że Złoty cały na trzy części, to

ieſt

ieſt na trzy dzieſiątki podzieliwſzy z tych trzech części maiąc dwie u ſiebie to ieſt: Groſzy 20.

ROZDZIAŁ I.

O Rachunkach Liczb Całkowitych iednego, y rożnego gatunku.

PROPOZYCYA I.

Daney Liczby cenę wyrazić.

Naprzod. Potrzeba wiedzieć, że każda Liczba od mieyſca, na ktorym położona ieſt, walor ſwoy bierze. Tak położona na pierwſzym mieyſcu od końca, czyli od ręki prawey, znaczy liczby poiedyńcze proſte, a wyraźniey mowiąc znaczy ſame iedności. Położona na drugim mieyſcu od końca, znaczy dzieſiątki, na trzecim, ſta, na czwartym, tyſiące, na piątym, dzieſiątki tyſięcy, na ſzoſtym, ſta tyſięcy, na ſiodmym, miliony, na oſmym, dzieſiątki milionow, na dziewiątym ſta milionow, na dzieſiątym, tyſiące milionow, y tak daley.

Powtore. Do łatwego tedy wyrażenia waloru liczby daney, ſpoſob naylepſzy bydź ſię zdaie, całą owę liczbę zacząwſzy od konca porozdzielać, tak; żeby w ka-

żdey przedziałce, trzy liczby zamykały ſię. Pierwſza przedziałka będzie w ſobie zamykała, ſta, dzieſiątki, y liczby poiedyncze proſte. Druga przedziałka będzie w ſobie zamykała, ſta, dzieſiątki y liczby poiedyncze tyſięcy. Trzecia, ſta, dzieſiątki, y liczby poiedyncze milionow; Czwarta ſta, dzieſiątki, y liczby poiedyncze tyſięcy milionow. Piąta, ſta, dzieſiątki, y liczby poiedyncze Bilionow.

Potrzecie. Ieżeliby zaś liczba do zrachowania dana, obſzernieyſza była, potrzeba procz tego nad każdą liczbą ſiodmą, zaczynaiąc zawſze rachować od liczb poiedynczych, położyć znak milionow, Bilionow, trylionow, kładąc *np.* nad pierwſzą ſiodmą liczbą 1, nad drugą 2. nad trzecią 3. y tak daley.

Tak niechay będzie liczba naſtępuiąca.

$$5\overset{2}{2},\ 329,\ \overset{1}{1}89,\ 602,\ 800.$$

Ta liczba podzielona wzwyż namienionym ſpoſobem; ma w ſobie przedziałek pięć, że zaś w piątey przedziałce, dwie tylko liczby ſą, znać że tamże ſet niemaſz, a podług oſtatniego ſpoſobu, kładąc nad każdą liczbą ſiodmą znak milionowy; na 2 w piątey przedziałce przypadaią Biliony. Tak tedy liczbę daną wymawiam.

Pięćdzie-

Pięćdziesiąt y dwa Bilionow, trzysta dwadzieścia y dziewięć tysięcy milionow, sto ośmdziesiąt y dziewięć milionow sześć set dwa tysiące, ośm set Złotych.

Przestroga. *Gdy zaś liczbę daną pisać przyidzie, wzgląd na to mieć potrzeba, ażeby mieysca, ktore się w wymawianiu opuszczaią, cyframi spełniać. Tak gdy mam wyrazić: milion, dwadzieścia y pięć tysięcy, sto ośm Złotych, ponieważ w wymawianiu sta tysięcy, y dziesiątki proste opuszczam, zaczym na ich mieyscu cyfrę kładę y następuiącym sposobem daną Summę piszę.*

1
1, 025, 108.

Podobnymże sposobem chcąc wyrazić dziesięć milionow, sto dziewięć tysięcy ośm dziesiąt Złotych. Mieysca poiedynczych milionow, dziesiątkow tysięcy, set, y liczb poiedynczych prostych cyframi dopełniam, ponieważ w wymawianiu opuszczaią się.

1
10, 109, 080.

PROPOZYCYA II.

Liczby dane, tak iednego, iako y rożnego gatunku zbierać.

Addycya czyli dodanie, iest wielu liczb w iednę Summę zebranie, *np.* 2 a 3 a 4 a 1 czynią 10. Liczby ktore zbieram, zowią

wią się liczby dane do zniesienia, *numeri dati*. Liczba zaś ktora z zebrania danych liczb wynika, zowie się kwota, czyli Summa generalna. *Summa, aggregatum*. Ze tedy Summa generalna, z liczb danych, iako z części swoich, istotnie składa się; ztąd idzie: iż części owe spełna w niey mieścić się powinny, tak: żeby w Summie generalney, nic, ani mniey, ani więcey, nad nie, nieznaydowało się. Tak biorąc przykład poprzedzaiący, w Summie generalney 10, nic więcey, ani mniey, nieznayduie się, nad dwa, trzy, cztery, y ieden; y wszystkie te części z niey odiąwszy, Summa cała, bez naymnieyszey reszty niknie.

Zeby tedy Addycyą należycie odprawić, potrzeba *naprzod*, liczby dane porządnie iednę pod drugą ułożyć, żeby liczby poiedyncze, czyli iedności iednościom, dziesiątki, dziesiątkom, sta, stom, tysiące, tysiącom korrespondowały. Bo inaczey, stom z tysiącami, iednościom z dziesiątkami, przez omyłkę, rowny dawalibyśmy walor.

Powtore Liczby dane do zebrania tym sposobem ułożywszy, należy liniyką podkryślić, pod ktorą, Summa generalna pisać się będzie, czym stanie się, że Summy generalney z częściami iey niezmieszamy.

Po-

Potrzecie Liczby dane zacząwszy od prawey ręki kolumnami dodawać, to iest nayprzod zbierać iedności, potym dziesiątki, toż sta, y tak daley. Ieżeli zaś liczby z iedney kolumny zebrane więcey wynoszą nad dziewięć, w tenczas, liczby poiedyncze, ieżeli się, ktore od dziesiątkow zostały, a ieżeli nie, to cyfrę, pod kolumną liczb poiedynczych podpisawszy dziesiątki, y sta, do kolumn dziesiątkowych, y setnych odłożyć, y dopiero ie do liczb, ktore się w owych kolumnach zbieraią, dodać.

Przykład Addycyi niechay będzie: Od Stworzenia Swiata do Potopu, wyszło lat: 1656.

Od Potopu do Narodzenia Chryst:	2325.
Od Narodzenia Chrystusa do Roku teraznieyszego - - - - - -	1766.
Zebrawszy dane liczby, *Summa*	5747.

Pokazuie, że od Stworzenia Swiata, aż do Roku teraznieyszego, upłynęło iuż lat 5747.

Przykład drugi.	25189.
	12212.
	94158.
	280.
	10029.
Summa - - - -	141868.

W tym

W tym przykładzie, zebrawszy *naprzod* kolumnę liczb poiedynczych, dziewięć a ośm, czynią siedmnaście, a dwa, dziewiętnaście, a dziewięć, dwadzieścia y ośm; 8 ktore zamyka w sobie liczby poiedyncze, kładę pod kolumną liczb poiedynczych, a dwa dziesiątki zachowuię do kolumny dziesiątkowey, ktorą zaczynaiąc rachować mowię *Powtore*, dwa ktore się zostały, a dwa, są cztery, a ośm, dwanaście, a pięć, siedmnaście, a ieden, ośmnaście, a ośm, dwadzieścia y sześć; a że dwadzieścia y sześć dziesiątkow, czynią dwieście sześćdziesiąt, zaczym 6 dziesiątkow pod kolumną dziesiątkową położywszy, dwieście przenoszę do kolumny set, y mowię. *Potrzecie*, dwieście pozostałe, a dwa, są cztery, a ieden, są pięć, a dwa, są siedm, a ieden, są ośm, gdzie że do dziesiątkow niedoszedłem, kładę zaraz 8 pod kolumną set, y mowię *poczwarte*. Cyfra a cztery, są cztery, a dwa są sześć, a pięć są iedenaście. Że zaś rachuię liczby w czwartey kolumnie, narachowałem iedenaście tysięcy, to iest: dziesiątek tysięcy ieden, y procz tego tysiąc ieden, ktory podłożywszy pod czwartą kolumną, ktora iest tysięcy, mowię *popiąte:* ieden dziesiątek tysięcy ktory mi się został, a ieden są dwa, a dziewięć są iedenaście, a ieden są dwanaście, a dwa

są

ſą czternaście, gdzie że czternaście dzieſiątkow czynią ſto, y dzieſiątkow cztery, zatym 4 pod kolumną dzieſiątkow tyſięcy podpiſawſzy, iedno ſto powinienbym przenieść, do kolumny ſet naſtępuiących, lecz że tey kolumny w liczbach danych nie maſz, zaczym owe iedno ſto pozoſtałe, kładę w Summie generalney przed 4 ktore mieyſce w Summie generalney naſta tyſięcy przypada, podług *Propozycyi pierwſzey*. Tym ſpoſobem liczby dane zupełnie w Summę generalną zebrałem, ktora czyni ſto czterdzieści ieden tyſięcy, ośm ſet ſześćdzieſiąt y ośm *np.* Złotych.

Liczby podobne dane; można zbierać, y od lewey ręki zaczynaiąc; ale na owczas liczby dzieſiątkowe wypadaiące w rachunku, iedną kolumną wyżey piſać potrzeba. Daymy naprzykład:

	1928.
	8182.
	3210.
	12210.
	111.
Summa generalna - -	13320.

Dotąd o znoſzeniu liczb iednego gatunku mowiliśmy. Gdy zaś do zbierania

dane

dane będą liczby rożnego gatunku, *numeri heterogenei*, w tenczas procz wzwyż opisanego względem układania liczb porządku, na to ieszcze pomnieć potrzeba, ażeby liczby tegoż samego gatunku wzaiemnie sobie korrespondowały, y w iednych kolumnach kładzione były. Naprzykład chcąc zebrać kilka liczb danych, zamykaiących w sobie, Złote, Grosze, y Szelągi, Złote pod złotemi, grosze pod groszami, szelągi pod szelągami, pisać powiniénem.

Ieżeli zaś liczby niższego gatunku zebrane, wystarczaią, na złożenie liczby gatunku wyższego, zaraz ie do liczb owego gatunku przenoszę, a na ich mieyscu pod niższym gatunkiem piszę resztę od złożenia wyższych liczb pozostałą; albo cyfrę, kiedy reszty żadney niemasz. Tym sposobom zbieram następuiące liczby, ktore zamykaią w sobie.

Złote		Grosze			Szelągi
2356	-	24	-	-	2
589	-	25	-	-	2
6784	-	16	-	-	1
4900	-	6	-	-	2
14631		13			1

Liczby te do zebrania dane tym sposobem znoszę *naprzod* zaczynaiąc od nayniższego

niższego gatunku, ktory tu iest szelągow, mowię. 2 a 1 są trzy, a 2 są pięć, a 2 są siedm. Siedm szelągow czynią groszy 2 y szeląg 1, ktory pod kolumnami szelągow napisawszy, grosze dwa przenoszę do groszow, y mowię *powtore*. Grosze 2 złożone z zebranych szelągow a 6, są ośm a 6 są czternaście a 5, są dziewietnaście a 4 są dwadzieścia y trzy. Podpisawszy tedy 3 pod iednosciami, dziesiątki dwa do dziesiątkow przenoszę, y mowię *potrzecie*. 2 a 1 są trzy a 2, są pięć, a 2 są siedm. Ze zaś 70 groszy, czynią Złotych 2 y groszy 10. Zatym dwa złote do złotych odsyłam, a dziesiątek ieden pod dziesiątkową groszy kolumną napisawszy, mowię *poczwarte*. 2 złote, złożone przy zebraniu groszy, a 4 są szesć, a 9 są pietnaście, a 6, są dwadziescia ieden. Gdzie znowu ieden pod iednościami napisawszy, dwa dziesiątki z liczbami w kolumnie dziesiątkowey będącemi znoszę, y tak daley sposobem wzwyż wyrażonym postępuię, aż nakoniec Generalna Summa danych liczb, wychodzi mi następuiąca.

Zło:	Gro:	Sze:
14631	13	1

Sposob ten, na znoszenie liczb, pospolicie Reiestrowym nazwany, nader iest po-

potrzebny, dla codzienney iego praktyki. Gdy zaś do zebrania dane będą ściany długie, że liczb w iedney kolumnie zamkniętych, pamięcią obiąć niemożna, w ten czas łatwo będzie, podzielić sobie ścianę iednę, na kilka podziałow, ktore nayprzod w Summy parcyalne zbieram; toż parcyalne Summy owe, w iednę Summę Generalną znoszę. Wizerunek sposobu tego w następuiącym mamy przykładzie:

Zło:	Gro:	Sze:	
1564	25	1	Pierwszy Prze-
527	12	2	dział, y Sum-
35	15		ma Parcyalna
1777	12	2	z niego.
492	25	1	
120	12	2	
208	20		Złote Gro: Sze:
150	25	1	4877 29
100			
12	12	2	Drugi przedział,
320	15		y Summa parcy-
1200	18		alna z niego.
84	11		
190	25	1	
990	12	2	
200	24		Złote Gro: Sze:
1409	18		4509 16 2

1200	20		Trzeci przedział, y Summa parcyalna z niego.
150	12	2	
215	25	1	
20			
8	12	2	
310	18		
227	12	1	Złote Gro: Sze:
			2133 11
Summa Generalna z Sum parcyalnych zebrana.			Złote Gro: Sze: 11520 26 2

Przestroga. I. *Liczby Reiestrowe, pospolicie pułcwiartkami zbierane bywaią, z ktorych wszystkich zebrawszy* Latera, *nakoniec ie na Summę generalną znosiemy. W zbieraniu zaś tych pułcwiartkow, procz wzwyż wyrażonego sposobu, iest ieszcze inny; gdzie bez wszelkiey trudności naydłuższą scianę znieść, można. Zacząwszy albowiem rachować, od ostatniego gatunku, wszędzie, gdzie liczby dodane wynoszą dziesięć, na boku kładę kreskę, resztę od dziesiątka pozostałą, z dalszemi liczbami dodaiąc. Skończywszy całą kolumnę; to co się nad ostatni dziesiątek zostaie, pod tąż kolumną, podkładam. Dziesiątkow zaś, do przeniesienia na drugą kolumnę zostaie mi się tyle, ile iest kresek na boku naznaczonych, z ktorych złożywszy ile mo-*

żna,

żna, liczb wyżſzego gatunku, reſztę pod kolumną dzieſiątkową podpiſuię. Naprzykład.

	Złote	Grosze	Szelągi
	5265-	15	
	582	25-	1
	8125	12	2
	1200	8-	
	3299-	25	1
	220	19-	
	1099-	15-	
	90	12	2
	5718-	25	1
Summa	25603 -	8 -	1

Przeſtroga II. *O ſpoſobach, ktoremi Addycyi dobrze odprawioney doświadczyć możemy, mowić ſię będzie niżey pod Propozycyą 4tą, tego Rozdziału, gdzie nauka o tym doſtateczna daie ſię.*

PROPOZYCYA III.

Liczby tegoż ſamego, y rożnego gatunku, od ſiebie odciągać.

Subtrakcya czyli odciągnienie, ieſt wynalezienie między dwoma danemi liczbami rożnicy, ktorą liczba więkſza, liczbę mnieyſzą przewyżſza. Czyli ieſt odciągnienie liczby mnieyſzey od liczby więk-

ſzey.

ſzey. *Naprzykład* odciągaiąc 5 od 8 ſzukam takiey liczby, ktorą, ośm y pięć między ſobą rożnią ſię, to ieſt, ktora dodana do piąciu, czyni ośm, a odcięta od ośmiu, czyni pięć iaka w teraznieyſzym przykładzie ieſt liczba 3. W Subtrakcyi liczba ta od ktorey odciągam, zowie ſię. więkſza *Summa major.* Ta, ktorą odciągam; mnieyſza. *Summa minor.* Liczba z odciągnienia wypadaiąca, zowie ſię reſzta, rożnica, lub przewyſzka. *Reſiduum, differentia, vel Exceſſus.* Liczby do odciągnienia dane, obydwie tegoż ſamego gatunku, bydź powinny, liczba albowiem mnieyſza ieſt częścią liczby więkſzey, część zaś zawſze powinna bydź podobna rzeczy tey, ktorey ieſt częścią.

Chcąc tedy Subtrakcyą należycie uczynić, potrzeba *naprzod* w ułożeniu liczb, tenże ſam, co w Addycyi, zachować porządek, a podłożywſzy liczbę mnieyſzą, pod liczbą więkſzą, podkryślić ie liniyką.

Powtore. Odciągać ołobno, zacząwſzy od końca kolumnami, iedności od iedności, dzieſiątki od dzieſiątkow, ſta od ſet. Ieżeliby zaś na mieyſcu wyżſzym była cyfra, lub liczba mnieyſza, od liczby podłożoney, ktorą mam odciągać, w ten czas z naſtępuiącey kolumny pożycza ſię dzieſiątek; ale pożyczaiąc go od liczby wyżſzey,

ſzey, ta zmnieyſza ſię iednym, przeciwnie zaś liczba niżſza iednym przyraſta, o niey pożyczaiąc, ta zaś liczba, od ktorey pożyczam, dla pamięci kropką naznacza ſię.

Potrzecie. Gdy odciągnąwſzy liczbę niżſzą od wyżſzey, nic ſię niezoſtaie; przy początku rachuby kładzie ſię pod liniyką cyfra o, przy końcu liniyka podługowate.

Przykład pierwſzy Podług komputu Petawiuſza od Stworzenia Swiata aż do Roku teraznieyſzego upłynęło lat - 5749
A od Narodzenia Chryſtuſa Pana 1766
Pytam ktorego Roku Swiata Chryſtus rodził ſię? y dochodzę że - 3983
Lubo inni twierdzą: że ſiedmnaſtu laty pożniey to ieſt Roku Swiata ſamego 4000.

Przykład drugi. Powſzechne ieſt Hiſtorykow naſzych zdanie, że Lech I. Roku od Narodzenia Chryſtuſa 550 w Sarmackie wſzedł krainy y Polſkę założył. pytam wiele lat Polſka ſtoi? Położywſzy Rok teraznieyſzy za liczbę większą, a Rok 550 za liczbę mnieyſzą Subtrakcyą naſtępuiącym ſpoſobem czynię.

$$\begin{array}{r} 1766 \\ 550 \\ \hline 1216 \end{array}$$

Polſka tedy ſtoi iuż lat 1216.

Przy-

Przykład trzeci. Rodził się kto Roku 1736 pytam, wiele lat ma.

	1766
	1736
Reszta - - -	30.

Przykład czwarty. Sztukę Drukarską wynaleziono w Niemczech Roku 1440, pytam wiele lat od wynalezienia iey upłynęło.

	1766
	1440
Reszta	320.

Przykład piąty. Dano na Expens Zł: 1014
Z tych wydałem 735

Zostaie się reszta 279

W tym przykładzie, ponieważ 5 od 4 odciągnąć niemogę, zaczym pożyczam dziesiątka od wyższey liczby w następuiącey kolumnie, ktorą znaczę kropką, y mowię *naprzod.* 5 od 14, zostaie mi się 9. ktore 9 pod ostatnią kolumną niżey liniyki piszę. A że znowu w następuiącey kolumnie, 3 od cyfry odciągać niemogę, gdyż 1 tamże położone już pożyczyłem do ostatniey kolumny, przeto z następuiącey trzeciey kolumny, dziesiątka poży-

czać mi przychodzi; lecz że y tam cyfrę tylko znayduię, idę do czwartey kolumny, z kąd iedno, ktore tylko samo tamże iest do cyfry w trzeciey kolumnie przenioss-szy, y naznaczywszy mam 10, z tych 10 pożyczam znowu iednego, do cyfry w drugiey kolumnie, z ktorą czyni mi 10, na mieyscu zaś 10 w trzeciey kolumnie niezostaie mi się tylko 9. To uczyniwszy mowię *powtore* 3 od 10 zostaie się 7 ktore 7 piszę niżey liniyki pod drugą kolumną, y mowię *potrzecie* 7 w trzeciey kolumnie od 9 zostaie mi 2, y te 2 piszę niżey liniyki pod trzecią kolumną. W czwartey kolumnie, liczby mnieyszey iuż nie masz. W liczbie większey położone iest wprawdzie 1, lecz go iuż do cyfry w trzeciey kolumnie pożyczyłem, z kąd to 1 w czwartey kolumnie, teraz iuż nic nie waży, a zatym danych liczb, Subtrakcyą zupełnie zakończyłem. Z danych tedy na Expens 1014 Złotych, wydawszy 735, zostawać mi się powinno 279.

Ieżeli liczb parcyalnych, do odciągnienia z Summy generalney, danych będzie więcey, w tenczas wszystkie w przod liczby parcyalne do odciągnienia dane, w iednę Summę zebrać potrzeba, toż Summę z nich zebraną, od Summy kapitalney, sposobem wzwyż wyrażonym odcią-

ciągnąć. Niechay będzie danych na Expens Złotych - - - - - 10000

Z tych wydało się	raz	1590
	drugi	3480
	trzeci	759
	czwarty	2000
Summy parcyalne zebrane		7829
Reszta od Summy pozostała		2171

Gdy zaś do odciągnienia dane będą liczby rożnego gatunku, w tenczas rownie iak w Addycyi liczby każdego gatunku potrzeba pod sobą ułożyć, a gatunek od gatunku odciągnąwszy, resztę pod kolumnami onymże korresponduiącemi pisać. Ile razy zaś liczba niższa, większa będzie od wyższey w tymże samym gatunku, a przeto odciągnąć iey nie będzie można; tedy z następuiącego wyższego gatunku pożycza się iedno, a zredukowawszy go na tenże sam gatunek ktory odciągam, łączę z liczbami w tymże samym gatunku na mieyscu wyższym będącemi, y dopiero od nich liczbę niższą odciągam tak *np.* nie mogąc odciągnąć szelągow 2 od 1, z następuiącego gatunku groszy, pożyczam grosz 1; a zredukowawszy go na szelągi, mam szelągow trzy Dodaię do nich szeląg 1 od ktorego nie-

 mo-

mogłem odciągnąć ſzelągow 2, y mam iuż ſzelągow 4, od ktorych teraz 2 na niżſzym mieyſcu będące odciągnąć mogę.

Przykład Będąc winnym komu Złotych 5728 Groſzy 21, wypłaciłem iuż Zło 2982 Groſzy 25 Szeląg 1. Pytam wiele mu ſię ieſzcze należy odemnie? kładę liczbę większą w pierwſzey linii, a mnieyſzą w drugiey. Toż rachunek wzwyż opiſanym odprawiam ſpoſobem:

	Złote	Groſze	Szelągi
Liczba większa	5728	21	
Liczba mnieyſza	2982	25	1
Reſzta z należącego ſię długu.	2745	25	2

W tym przykładzie że na mieyſcu wyżſzym w oſtatnim gatunku; ſzelągow niemaſz, pożyczam od wyżſzego gatunku to ieſt od groſzy, groſz 1, a zredukowawſzy go na ſzelągi 3, odciągam od nich ſzeląg 1 na mieyſcu niżſzym położony, y zoſtaiące mi ſię ſzelągi 2 piſzę pod kolumną ſzelągow. Idę potym do wyżſzego gatunku groſzow. Groſz 1 na mieyſcu wyżſzym położony iużem przenioſł do ſzelągow, zaczym tam ſama zoſtaie ſię cyfra, do ktorey z naſtępuiącey kolumny przenoſzę ieden, y mam groſzy 10, od tych

odcią-

odciągnąwszy 5 zostaie mi się ieszcze 5, ktore piszę pod pierwszą kolumną groszy. W drugiey kolumnie groszy, od 2 na wyższym mieyscu będących pożyczyłem iuż 1, a zatym tylko się mi tamże 1 iuż zostaie, od ktorego że dwoch na mieyscu niższym będących odciągnąć nie mogę; biorę od następuiącey kolumny Złotych Złoty ieden, a zredukowawszy go na trzy dziesiątki groszy, łączę do nich dziesiątek 1 w dziesiątkowey kolumnie groszy pozostały, y mam dziesiątkow 4 od ktorych odciągam 2 na mieyscu niższym położone, a resztę 2 piszę pod dziesiątkową groszy kolumną. Toż postępuię do Złotych, a odciągnąwszy 2 od 7, 8 od 12, 9 od 16, 2 od 4, mam wypadaiącą resztę, należącego się ieszcze kredytorowi odemnie długu.

Złote	Grosze	Szelągi
2745	25	2

Przykład drugi. Z danych na Expens 728 Złotych, wyexpensowałem Złotych 635 groszy 25 szeląg 1, pytam wiele mi się ieszcze zostaie.

	Złote	Grosze	Szelągi
	728		
	635 -	25 -	1
Reszta	92 -	4 -	2

W tym

W tym przykładzie, że Summa większa, niema groszy, ani szelągow specyfikowanych, od ktorychbym grosze y szelągi w mnieyszey liczbie specyfikowane odciągnął, z tey przyczyny w Summie większey pożyczywszy od Złotych Złotego iednego, redukuię go na groszy 30, z tych 30 groszy biorę znowu grosz ieden y redukuię go na szelągow trzy, tym sposobem mam iuż od czego odciągnąć wszystkie gatunki, w niższey liczbie specyfikowane; właśnie iak gdyby liczba większa tym sposobem wyrażona była. Złotych 727 groszy 29 szelągow 3.

Przestroga I. *Jeżeli liczb mnieyszych, danych do odciągnienia z Summy większey będzie kilka, lub kilkanaście, w tenczas toż samo czynię, co się wyżey o liczbach iednego gatunku w tym samym razie powiedziało, to iest, zbieram naprzod przez Addycyą wszystkie Summy parcyalne dane do odciągnienia, w iednę Summę. To uczyniwszy Summę owę z Sum parcyalnych do odciągnienia danych zebraną, od Summy generalney odciągam.* Naprzykład *z danych na Expens.*

	Złote	Grosze	Szelągi
	1000		
Wydałem raz	238	12	2
drugi	150	25	1
trzeci	84	10	
czwarty	300	25	1
Summy parcyalne zebrane	774	13	1
Reſzta od Summy generalney.	225	16	2

Przeſtroga II. *Gdy Summa zebrana z liczb danych do odciągnienia, przewyżßa Summę od ktorey należałoby odciągać liczby dane, co ſię częſto przytrafia w Reieſtrach expenſowych, (gdzie nad Perceptę więcey częſtokroć expenſować przychodzi) w ten-czas położenie Sum odmienić potrzeba, tak żeby Summa generalna drugie mieyſce trzy-mała, gdyż w tym razie, nießukamy reßty od kapitału, ktorey iuż żadney niemaß, ale raczey dochodziemy Super expenſy nad ka-pitał. Daymy* naprzykład *danych na Expens.*

	Zło:	Gro:	Sze:
	892		
Ztych wydało ſię raz	234	15	
drugi	325	20	2
trzeci	100	12	2
czwarty	59	25	1
piąty	218	12	2

Summy

Summy parcyalne zebrane	938	26	1
Summa dana na Expens	892		
Reszta pokazuie super expensę.	46	26	1

Przestroga III. *Sposob na doświadczenie dobrze uczynioney Subtrakcyi; w następującym Rozdziale.*

PROPOZYCYA IV.

Dowieść należycie uczynioney Addycyi, y Subtrakcyi.

W Addycyi liczby do zniesienia dane, wszystkie w Summie generalney zamykaią się, a zatym Summy owey są częściami, tak że z nich cała istotnie składa się. Dowieść tedy dobrze uczynioney Addycyi, nic innego nie iest, tylko pokazać, iż Summa generalna, wszystkie liczby dane spełna zamyka w sobie, a zatym liczbom danym we wszystkich swoich częściach zupełnie iest rowna. Czego żeby doświadczyć, dosyć będzie po uczynioney Addycyi, iednę z liczb poiedynczo danych, odłączyć, a wszystkie inne bez niey zebrawszy, od kwoty czyli z Summy generalney odciągnąć. Tym sposobem reszta od Summy po odciągnieniu pozosta-

ła, powinna bydź rowna we wſzyſtkich ſwoich częściach, liczbie owey iedney z liczb danych wyłączoney; inaczey znakby był Addycyi zle uczynioney. To doświadczenie Addycyi ieſt naypewnieyſze, y funduie ſię na owym *axyomacie* czyli prawdzie niezawodney Geometryczney. Ieżeli z danych dwoch Sum, lub rzeczy iakichkolwiek we wſzyſtkim między ſobą rownych, odcięte będą inne we wſzyſtkim między ſobą rowne Summy, lub rzeczy, tedy reſzty od nich pozoſtałe rowne bydź powinny. *Si ab æqualibus demas æqualia, quæ remanent ſunt æqualia.*

Tak w naſtępuiącym przykładzie, z liczb trzech do zniesienia danych odciąwſzy *np.* pierwſzą, a drugie dwie oſobno zebrane od Summy generalney odciągnąwſzy, reſzta wypadaiąca, liczbie pierwſzey odcięłey rowna bydź powinna.

	Złote	Groſze	Szelągi
Odcinam	200	25	1
Zbieram	98	12	2
	314	15	
Summa generalna	613	23	
Zbior dwoch liczb niżſzych.	412	27	2
Reſzta	200	25	1

Liczbie pierwſzey odcięłey we wſzyſtkim rowna.

W Sub-

W Subtrakcyi liczba mnieyſza, ktora ſię od liczby większey odciąga, y reſzta po odciągnieniu pozoſtała, ſą dwie części iſtotne, z ktorych liczba większa, od ktorey odciągamy, ſkłada ſię. Zaczym Summa z tych dwoch części między ſobą znieſionych wynikaiąca, daney liczbie, większey rowna we wſzyſtkim bydź powinna, ieżeli zaś z nią niezgadza ſię, znak ieſt omyłki iakieyſiś w Subtrakcyi. Doświadczenie to ieſt także niezawodne, y zaſadza ſię na owym Axyomacie Geometrycznym. Rzecz cała rowna ieſt wſzyſtkim ſwoim częściom wraz wziętym, y wſzyſtkie części wraz wzięte, wyrownywaią rzecz całą, ktorey ſą częściami. *Totum eſt æquale omnibus ſuis partibus ſimul sumptis, & partes omnes ſimul ſumptæ adæquant totum.* Daymy przykład.

	Złote	Gro:	Sze:
Liczba większa	2712	25	1
Liczba mnieyſza	1820	12	2
Reſzta	892	12	2
Summa reſzty z liczbą mnieyſzą znieſioney.	2712	25	1

Rowna we wſzyſtkim liczbie większey, od ktorey liczbę mnieyſzą odciągało ſię.

Doświad-

Doświadczaią ieszcze Addycyi y Subtrakcyi, przez wyrzucenie liczby dziewiątkowey, ktory sposob, lubo przy nim rachunek bardzo łatwo zfałszować można, przecięż dla wiadomości tu kładzie się.

W Addycyi tedy, *naprzod* z liczb do zniesienia danych, iakimkolwiek rachuiąc ie porządkiem, każde wypadaiące dziewięć wyrzucam; resztę z dalszemi liczbami znoszę, a nakoniec liczbę, ktora mi się po wyrzuceniu ostatnich dziewięciu zostaie, piszę na mieyscu osobnym.

Powtore toż samo czynię w kwocie czyli w Summie zebraney, z ktorey tyle razy, ile mogę wyrzuciwszy dziewięć, ostatnią liczbę po wyrzuceniu wszystkich dziewięciu pozostałą, powinienem mieć rowną liczbie, od liczb do zebrania danych zostaiącey się, iaka iest w następuiącym przykładzie 7.

2350		
323		
400	7	7
858		
3931		

Tymże samym sposobem czynię w Subtrakcyi: gdzie liczby od dziewięciu pozostałe, naprzod w Summie większey od ktorey odciągam, a potym w Summie mniey-

szey,

ſzey, ktorą odciągam, y w reſzcie, rowne bydź powinny, iakie ſą w naſtępuiącym przykładzie 3.

9120		
7981	3	3
1139		

Przeſtroga I. *Ieſt ieſzcze wiele innych na doświadczenie dobrze odprawioney Addycyi y Subtrakcyi ſpoſobow; ktore, że albo przydłużſzą rachubą zatrudniaią; albo przez naſtępuiące wyżſzey Arytmetyki reguły odprawiaią ſię, dla tego tu pomiiam. Procz tego pierwſzym ſpoſobem niezawodnym, dobrze odprawioney Addycyi y Subtrakcyi doświadczywſzy, rzecz wcale niepotrzebna ieſt, innemi na doświadczenie tegoż ſamego zatrudniać ſię ſpoſobami.*

Przeſtroga II. *Rzecz oczywiſta ieſt, że prob tu nawet wyrażonych, w liczbach przydłużſzych y rożnego gatunku, z wielką trudnością zażyć można. A zatym na doświadczenie dobrze uczynioney Addycyi y Subtrakcyi, nayſkutecznieyſzy podobno ſpoſob będzie; po uczynioney pierwſzey rachubie, drugi raz onęż z zupełną powtorzyć attencyą, zaczynaiąc rachować z gory, ieżeliśmy przed tym z dołu zaczynali, albo też zaczynaiąc rachować od lewey ręki.*

PRO-

PROPOZYCYA V.

Liczby iednego, y rożnego gatunku, Multyplikować.

Multyplikacya iest iedney liczby przez drugą rozmnożenie, z ktorych liczb iedna tyle razy się powiększa, ile razy w drugiey mieści się iedno, naprzykład Multyplikować cztery przez dwa, nic innego nie iest, tylko wynaleść taką liczbę, w ktorey tyle razy mieści się cztery, ile razy we dwoch mieści się iedno; iaka liczba w tym razie będzie ośm, bo iako iedno we dwoch, tak cztery w ośmiu dwarazy zupełnie zamyka się. W Multyplikacyi liczba ta ktora się rozmnaża, zowie się liczba mnożna, *Multiplicandus*, ta przez ktorą multyplikuiemy, liczba mnożąca, *Multiplicator*. Summa z tey Multyplikacyi wynikaiąca, zowie się Produkt. *Productum vel Factum*.

Gdy tedy liczby do rozmnożenia przez Multyplikacyą dane będą, w tenczas *naprzod* liczba mnożąca *Multiplicator*, pod liczbą daną do mnożenia podkłada się tak; żeby iedności iednościom, dziesiątki dziesiątkom, sta stom, korrespondowały. Potym obydwie te liczby podkryślaią się liniyką. Cyfry zaś na końcu liczby tak

mno-

mnożney, iako y mnożącey będące, można przed multyplikacyą ieſzcze odciąć, y dopiero do Produktu ie przydać.

Powtore Przez liczby Multyplikatora poiedynczo wzięte; wſzyſtkie liczby w mnożnym zaczynaiąc od końca oſobno mnożyć, y produkt z nich wynikaiący, niżey liniyk pod kolumnami, ſpoſobem w Addycyi podanym, piſać. Mnożąc z ś przez iedności, produkt zaczyna ſię piſać od kolumny iedności, mnożąc przez dzieſiątki, produkt zaczyna ſię piſać od kolumny dzieſiątkow, mnożąc przez ſta, od kolumny ſet.

Potrzecie Ieżeli produkt dla wielu liczb w Multyplikatorze, w wielu zamyka ſię Summach, te znowu liniyką podkryślam, y w iednę Summę zbieram, ktora na ow czas pokaże mi produkt generalny.

Przykład pierwſzy. Pytam wiele czynią Złotych, Talerow bitych 3429. Ponieważ w iednym Talerze bitym ieſt Złotych 8, zaczym przez te 8, Summę Talerow daną multyplikować powinienem, co tym ſpoſobem czynię.

$$\begin{array}{r} 3429 \\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Produkt 27432 pokazuie mi że 3429 Talerow, czynią Złotych 27432.

Przy-

Przykład drugi 1234 Zołnierzom maiącym wystrzelić 13 razy, wiele ładunkow potrzeba?

	1234
	13
	3702
	1234
Produkt	16042

W tym przykładzie podłożywszy Multyplikatora 13 pod liczbę mnożną 1234, podkryślam ie liniyką, y mowię *naprzod*, trzy razy cztery, są dwanaście, więc dwa pod kolumną iedności położywszy, dziesiątek ieden do kolumny dziesiątkowey zachowuię, y mowię *Powtore* trzy razy trzy są dziewięć, a iedno pozostałe, dziesięć, więc cyfrę pod kolumną dziesiątkow napisawszy, 1 zostawiam do set, y mowię *potrzecie* trzy razy dwa, są sześć, a ieden pozostały są 7, ktore zaraz pod kolumną set piszę, y mowię *poczwarte* trzy razy ieden, są trzy, zaczym 3 zaraz pod kolumną tysięcy napisawszy; biorę drugą figurę z Multyplikatora, ktora iest na mieyscu dziesiątkow, y mowię *popiąte* raz cztery, są cztery. Tu że przez drugą figurę Multyplikatora, liczbę daną mnożę; zatym produkt na drugiey liniy pisać powiniенem, a że ta figura Multyplikatora położona

żona ieſt na mieyſcu dzieſiątkow, tedy produkt od kolumny liczb dzieſiątkowych piſać zaczynam, y 4 z Multyplikacyi wypadaiące kładę pod cyfrą. To uczyniwſzy mowię *poſzoſte* raz trzy ſą trzy, ktore pod następuiącą ſet kolumną piſzę, y mowię *poſiodme* raz dwa ſą dwa, te pod następuiącą tyſięcy kolumną podpiſawſzy, mowię *po oſme* raz ieden, ieſt ieden, ktory w oſobney dzieſiątkow tyſięcy kolumnie piſzę. To uczyniwſzy, ponieważ produkt z Multyplikacyi liczb danych zamyka ſię w dwoch wierſzach, przeto podkryślam ie liniyką, y do iedney Summy znoſzę, ktora nakoniec pokazuie mi; że tyſiącowi dwomſet, trzydzieſtu y czterem Zołnierzom, maiącym wyſtrzelić trzynaście razy, potrzeba ładunkow ſześnaście tyſięcy czterdzieści y dwa. Gdzie ieſzcze y to pomnieć potrzeba, że w danym przykładzie, rzecz wcale niepotrzebna była, multyplikuiąc przez drugą Multyplikatora figurę, toieſt przez iedno, wſzyſtkie liczby w mnożnym poiedynczo mnożyć, ale doſyć było, zacząwſzy od kolumny dzieſiątkowey, porządkiem ie w drugim wierſzu napiſać, bo iedno, iako mnożyć, tak dzielić liczb żadną miarą niemoże. Tak w Multyplikacyi, raz cztery ſą zawſze cztery, a w dywizyi, cztery podzieliwſzy przez iedno mam zawſze cztery. *Przy-*

Przykład trzeci. Kupuiąc ośm ſet beczek wina, po trzyſta Złotych, pytam wiele za wſzyſtko należy ſię?

8	00
3	00

240000

W tym przykładzie, odciąwſzy cyfry dwie z liczby do rozmnożenia daney, y drugie dwie z Multyplikatora, multyplikuię tylko ośm przez trzy, a do produktu 24, odcięte owe przed multyplikacyą cztery cyfry dodawſzy, mam produkt generalny dwuch kroć czterdzieści tyſięcy Złotych, ktore za ośm ſet beczek wina dać powinienem, płacąc każdą beczkę po Złotych trzyſta.

Przykład czwarty Grzywnę ſrebra płacąc po Złotych ſiedmdzieſiąt, wiele dam za Grzywien ſrebra ſto dwadzieścia?

12	0
7	0

Produkt 8400.

Dotąd mowiliśmy o Multyplikacyi liczb, w ktorych ieden gatunek ieſt w Multyplikatorze, y ieden, w liczbie daney do mnożenia.

Przyſtępuiemy teraz do mnożenia liczb rożne gatunki rzeczy w ſobie zamykaiących, o ktorych nauka w trzech naſtępuiących mieści ſię regułach.

Reguła pierwſza. Ieżeli liczba dana do mnożenia, z wielu gatunkow, a Multyplikator z iednego ſkłada ſię, tedy przez Multyplikatora, każdy gatunek w liczbie daney do mnożenia, multyplikuie ſię, a po odprawioney multyplikacyi wſzyſtkich gatunkow, nakoniec gatunki niżſze na gatunek wyżſzy zredukowane, produkt liczb do mnożenia danych zupełny pokażą.

Przykład. Rok zamyka w ſobie dni 365 y godzin 6. pytam wiele ieſt dni w latach dzieſięciu? Czego naſtępuiącym ſpoſobem dochodzę.

	Dni	Godzin
	365	6
Lat	10	10
Produkt dni	3650	60

Godziny te podzieliwſzy przez 24, ile ich w dniu iednym zamyka ſię, mam dni 2, y pozoſtałe ieſzcze godzin 12, ktore dwa dni y godzin 12, przez Addycyą z Produktem dni złączywſzy, mam generalny produkt dni 3652 y godzin 12 z ktorych zupełnie ſkładaią ſię lat 10.

Reguła

Reguła druga Ieżeli w liczbie daney do mnożenia gatunek ieden, a w Multyplikatorze, gatunkow kilka będzie, tedy przez każdy gatunek Multyplikatora multyplikuie się osobno liczba do mnożenia dana, a po skończoney zupełnie Multyplikacyi, gatunki niższe na gatunek naywyższy zredukowane, produkt generalny dadzą.

Przykład Grzywna Polska ma w sobie Złoty ieden y groszy 18, pytam Grzywien 421 wiele czyni Złotych?

	421	421
	1	18
Produkt	421	7578

Pokazuie że 421 Grzywien, czynią Złotych 421 y groszy 7578, ktore to grosze zredukowane na Złote, czynią Złotych 252 groszy 18. Co przez Addycyą do produktu Złotych dodawszy, mam produkt generalny Złotych 673 y groszy 18 wynikaiące z Grzywien 421.

Reguła trzecia. Ieżeli tak w liczbie do rozmnożenia daney, iako y w Multyplikatorze, będą rożne gatunki, w ten czas w obydwu liczbach, wszystkie gatunki, na naymnieyszy gatunek redukować potrzeba, y dopiero maiąc liczby obydwie

w ieden gatunek zbite, multyplikować ie między sobą, a produkt z tey multyplikacyi wynikaiący na naywyżſzy gatunek zredukować.

Przykład. Expenſuie kto na dzień ordynaryinie Złotych 74, groſzy 20, pytam ile wyexpenſuie przez Rok, y dni 80. W tym przykładzie, redukuię naprzod Rok na dni 365, do ktorych dodaię dni osmdzieſiąt. y mam wſzyſtkich dni 445; toż, redukuię Złotych 74 na groſzy 2220, do ktorych przydawſzy groſzy 20, mam razem groſzy 2240, ktore przez dni 445 zmultypliko wawſzy, y zredukowawſzy potym na Złote, mam produkt liczb danych.

	224 | 0
	445 |
	11200
	896
	896
Produkt groſzy	996800

Groſze te podzielone przez 30, a tym ſamym zredukowane na Złote, czynią mi Złotych 33226, y groſzy 20. Zaczym ta Summa pieniędzy potrzebna ieſt na Rok 1, y dni 80, maiącemu codziennie expenſować Zł: 74 y gr: 20.

Przeſtroga

Przeſtroga I. *Do łatwości w Multyplikacyi nic więcey pomoc niemoże, iako umieć doſkonale, ile czyni liczba iedna przez drugą multyplikowana. W pomnieyſzych liczbach aż do pięciu, łatwo tego na pamięć doyść możemy, iako naprzykład, że dwa razy dwa, są cztery, trzy razy cztery, ſą dwanaście, dziewięć razy pięć, ſą czterdzieści y pięć. Lecz gdy liczby obydwie, ktore między ſobą multyplikuię, większe ſą od pięciu, w ten czas do łatwego liczb owych rozmnożenia, pierwſzy ſpoſob ieſt, rachować na palcach; zaczynaiąc rachować od ſześciu, iednę liczbę na palcach ręki prawey, drugą na palcach ręki lewey, y ciągnąć ie do punktu, na ktorym liczba ſtawa.* Naprzykład *chcąc wiedzieć wiele czyni ſiedm razy ośm? Biorę naprzod ſiedm, a u prawey ręki zginaiąc dwa palce mowię, ſześć, ſiedm; biorę potym ośm, a u lewey ręki zginaiąc trzy palce, mowię: ſześć, ſiedm, ośm. Palce w rachunku zgięte, znaczą dzieſiątki, ktorych w teraznieyſzym przykładzie, ieſt pięć, palce pozoſtałe, znaczą iedności, ktorych tu ieſt w prawey ręce trzy, a w lewey dwa, te znowu między ſobą zmultyplikowawſzy, dwa razy trzy, ſą ſześć, y te ſześć, ktore z ich multyplikacyi wynikaią, przydawſzy do pięciu dzieſiątkow, ktore ſię znaczą przez palce zgięte, mam produkt zupełny dwoch liczb danych, pięćdzieſiąt y ſześć, to ieſt:*

ſiedm

ſiedm razy ośm, czynią mi pięćdzieſiąt y ſześć. Toż czyń, maiąc mnożyć ſześć razy ſześć; ſześć razy ſiedm; ſiedm razy ſiedm; ſześć razy ośm; ſześć razy dziewięć; ſiedm razy dziewięć; ośm razy ośm; ośm razy dziewięć; dziewięć razy dziewięć.

Drugi ſpoſob *do łatwego doyścia, ile czyni liczba iedna przez drugą zmultyplikowana, ieſt Tablica od Pitagoreſa Filozofa, pierwßego iey wynalazcy, Pitagoreſową nazwana. Na tey, dwoch liczb zadanych iedney z gory, drugiey z boku, kolumnę biorę; a liczba na ktorey te dwie kolumny ſchodzą ſię, ieſt należyty ich produkt, naprzykład chcąc wiedzieć wiele czyni ſiedm razy dziewięć, biorę ſiedm w pierwßey linii gorney, a dziewięć w linii poboczney, ktorych liczb kolumny że ſię ſchodzą na liczbie 63. Zaczym 63 ieſt produktem liczb danych, to ieſt ſiedmiu y dziewięciu.*

TA-

TABLICA PITAGORESOWA.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Przeſtroga II. *Tablicę Pytagoreſową Jan Neper, rodem Szkot, dziwnym przemyſłem nawięcey ruchomych Tabliczek podzielił, za ktorych pomocą, Multyplikacyą y Dywizyą z wielką łatwością odprawić można.*

Tabliczek takowych, z drewna, lub z moſiądzu, robi ſię dziewięć, lub więcey podługowatych, czworgraniaſtych; każda z nich, rownym wymiarem dzieli ſię na dziewięć kwadratow małych; a te znowu liniyką poprzeczną, od

kąta

kąta ręki prawey z gory, do kąta ręki lewey na doł, rozcinaią się na dwa troygranie: procz iedney Tabliczki, na ktorey kwadraty liniykami poprzecznemi nierozcinaią się, ale w każdym z nich pißą się naturalnym porządkiem liczby, zacząwßy od 1, aż do 9; y zowią się wielorazy.

W Troygrania na Tabliczkach, przez rozcięcie kwadratow porobione, wpisuią się liczby z kolumn Tablicy Pytagoresowey, tak: żeby liczby dziesiątkowe w wyżßym troygraniu od lewey ręki, a iedności w niżßym od ręki prawey były. Ze zaś każda takowa podługowata Tabliczka iest czteroboczna, zaczym na każdym boku można inne kolumny z Tablicy Pytagoresowey wpisać, np. *na iednym boku kolumnę z pod 1, na drugim kolumnę z pod 2, na trzecim z pod 3, y tak daley. Tym sposobem, gdy iednę liczbę przyidzie nam brać kilka razy, łatwo na tychże tabliczkach znaydzie się. Tymże samym końcem na dwoch, lub trzech Tabliczkach, same cyfry popisać trzeba, dla zażycia ich w potrzebie.*

Tak zrobione y zapisane Tabliczki Nepera, do Multyplikacyi następuiącym zażyte bywaią sposobem. Chcąc naprzykład Multyplikować 578 przez 28, biorę naprzod *Tabliczki E. G. H., na ktorych u wierzchu są liczby 5, 7, 8, do Multyplikacyi dane, y układam ie wzdłuż iednę przy drugiey, tym*

porząd-

porządkiem, iak cena liczb wyciąga. Powtore. *Wziąwszy Tabliczkę A. z liczbami naturalnemi, kładę ią na lewym boku Tabliczek iuż ułożonych, y biorę na niey liczby 2 y 8, z ktorych Multyplikator składa się.* Potrzecie. *Poprzeczna kolumna, liczby 8, ktora w Multyplikatorze znaczy iedności, iest produkt z Multyplikacyi daney liczby 578 przez 8, a poprzeczna kolumna liczby 2, ktora w Multyplikatorze znaczy dziesiątki, iest produkt z Multyplikacyi liczby daney 578 przez dziesiątkow 2.*

Zbieram teraz te obydwa produkta, a naprzod produkt wynikaiący z Multyplikacyi przez 8, to iest: biorę naprzod z ostatniego troygrania 4, y piszę ie na osobney karcie na mieyscu iedności, potym w następuiącym poprzecznym podługowatym kwadracie, biorę 6 y 6, ktore czynią 12, zaczym dwa napisawszy przy czterech na mieyscu dziesiątkow, 1 przenoszę do trzeciego podługowatego kwadratu; to 1 dodane do pięciu y do cyfry, w tymże kwadracie będących czyni 6, y te 6, piszą się przy dwoch na mieyscu set, nakoniec na mieyscu tysięcy, z następuiącego pierwszego od lewey ręki troygrania, pisze się 4, y wychodzi cały produkt z Multyplikacyi liczby daney, przez 8, ten: 4624. Tymże samym sposobem zbieraiąc liczby z poprzeczney kolumny 2, mam produkt 1156. Ze zaś 2 w Multyplikatorze znaczyły dziesiątki,

przeto

przeto produkt z kolumny 2 zebrany, zaczynam od końca piſać pod dzieſiątkami produktu z 8, tak iak poſpolicie czyni ſię w proſtey Multyplikacyi.

4624
1156

Te dwa parcyalne produkty zebrawſzy, mam nakoniec liczb do mnożenia danych produkt generalny. 16184.

TABLICZKI NEPERA SZKOTA.

B.	C.	D.	F.	I.	A.	E.	G.	H.
2	3	4	6	9	1	5	7	8
4	6	8	1/2	1/8	2	1/0	1/4	1/6
6	9	1/2	1/8	2/7	3	1/5	2/1	2/4
8	1/2	1/6	2/4	3/6	4	2/0	2/8	3/2
1/0	1/5	2/0	3/0	4/5	5	2/5	3/5	4/0
1/2	1/8	2/4	3/6	5/4	6	3/0	4/2	4/8
1/4	2/1	2/8	4/2	6/3	7	3/5	4/9	5/6
1/6	2/4	3/2	4/8	7/2	8	4/0	5/6	6/4
1/8	2/7	3/6	5/4	8/1	9	4/5	6/3	7/2

Przeſtroga III. *Spoſob na doświadczenie dobrze odprawioney multyplikacyi, dany będzie w Propozycyi ſiodmey tego Rozdziału.*

PROPOZYCYA VI.

Dane liczby iednego, y rożnego gatunku dzielić.

Dywizya, czyli dzielenie, ieſt wynalezienie liczby takiey, ktora tyle razy zamyka w ſobie iedno, ile razy w liczbie do podzielenia daney, liczba mnieyſza przez ktorą dzielę, mieści ſię: *naprzykład* dzieląc dziewięć przez trzy, ſzukam takiey liczby, w ktorey tyle razy zamyka ſię iedno, ile razy trzy w dziewięciu mieści ſię, iaka liczba w teraznieyſzym przykładzie ieſt 3, a dokładnie mowiąc, Dywizya ieſt wynalezienie liczby takiey, ktora mi pokazuie, ile razy z dwoch liczb do podzielenia danych, w liczbie większey, liczba mnieyſza, brać ſię może; tak podzieliwſzy pietnaście przez trzy, z tego podzielenia wypadaiące pięć, pokazuią mi, że trzy w pietnaſtu, mieſzczą ſię pięć razy. Z liczb do dzielenia danych, liczba większa, ktorą mam dzielić, zowie ſię Liczba podzielna *Dividendus*. Liczba mnieyſza przez ktorą dzielę, zowie

wie ſię Dzielnik *Diviſor.* Liczba nakoniec z Dywizyi wynikaiąca, zowie ſię Wieloraz *Quotiens, Quotus vel Exponens.*

Do należytego Dywizyi odprawienia. *naprzod* liczba do podzielenia dana kładzie ſię we śrzodku, tak żeby w iedney z nią liniy, *Dzielnik* z lewey ręki. a *Wieloraz* z prawey, kreſkami tylko podzielone, mieścić ſię mogły.

Powtore. Z Liczby podzielney zaczynaiąc od lewey ręki, ucina ſię tyle figur. ile ich ieſt w Dzielniku, ktore ieżeli mniey wynoſzą od Dzielnika przydaie ſię im ieſzcze, iedna naſtępuiąca figura, a dla pamięci kładzie ſię przy niey kreſka, ażeby iedney liczby dwa razy do podzielenia niebrać. To uczyniwſzy, uważać potrzeba, ile razy Dzielnik w liczbach odciętych brać ſię może? y liczbę to pokazuiącą, napiſać na prawey ręce za pierwſzą część Wieloraza.

Potrzecie. Przez tę część Wieloraza multyplikuy całego Dzielnika, a produkt z tey multyplikacyi wynikaiący, odciągniy od figur z liczby podzielney odciętych.

Poczwarte. Do reſzty ieżeli ſię iaka pozostała, ktora od Dzielnika zawſze mnieyſza bydź powinna, złoż naſtępuiącą nową figurę z liczby podzielney, naznączywſzy

ią.

ią tamże kreską, y uważay znowu, ile razy w tych liczbach Dzielnik mieści się? co napisz za drugą część Wieloraza.

Popiąte. Przez tę drugą część Wieloraza, multyplikuy znowu całego Dzielnika, a produkt pod liczbami, ktoreś na ow czas dzielił podłożywszy, odciągniy go od onychże. Do reszty złoż znowu następuiącą z liczby podzielney figurę, uważaiąc ile razy w niey z resztą wziętey Dzielnik brać się może? co będzie trzecią częścią Wieloraza, przez ktorą multyplikuy znowu całego Dzielnika y czyń, iako się wyżey powiedziało.

Ile razy, nową figurę z liczby podzielney składasz, a Dzielnik w niey brać się nie może, tedy napisawszy za to w Wielorazie cyfrę, złoż drugą z liczby podzielney następuiącą figurę, y przez Dzielnika obydwie razem dywiduy.

Kiedy na końcu Dzielnika cyfra iedna, lub więcey onychże będzie, w tenczas dla skrocenia Dywizyi, przed zaczęciem rachunku, możesz ie odciąć, odcinaiąc atoli tyleż liczb, y z końca liczby do podzielenia daney.

Skończywszy Dywizyą, co się od ostatniego odciągnienia zostaie, poydzie na liczbę łamaną, ktorey *numeratorem*, reszta

od

od ostatniego odciągnienia pozostała, przydawszy do niey y liczby, ieżeli ktore przed Dywizyą odcięte były; a *denominatorem* cały Dzielnik bydź powinien.

Przykład pierwszy. Na sześć osob legowano zapisem 126846 Złotych, chcę wiedzieć, ile dla każdego przypadnie?

Dzielnik	*Liczba podzi:*	*Wieloraz*
6	1,2,6,8,4,6.	21141
	12	
	- - 6 . . .	
	6	
	- 8 . .	
	6	
	24.	
	24	
	- - 6	
	6	
	-	

W tym przykładzie, Wieloraz 21141 pokazuie, że po tyle z Summy legowaney, każdey z sześciu osob dostanie się, bez naymnieyszey reszty.

Przykład drugi. Maiąc kto roczney intraty 88520 Złotych, ta żeby mu na Rok cały wystarczyła, pyta się, ile na każdy tydzień expensować może? Ponieważ Rok

zamyka

zamyka w ſobie 52 tygodni, zatym przez te, całą 88520 Złotych intratę dzielić potrzeba.

Dzielnik	*Liczba podzi:*	*Wieloraz*
52	88, 5, 2, 0, 52 ——— 365 . . 364 ——— . . 120 104 ——— . 16	1702 $\frac{16}{52}$

W tym przykładzie, ułożywſzy naprzod porządkiem wzwyż opiſanym, liczby do dzielenia dane, ponieważ Dzielnik ma w ſobie dwie figury, z tey przyczyny, y w liczbie podzielney dwie figury pierwſze odcinam, y mowię *naprzod*. 52, w 88, biorę raz, zaczym iedno czyli 1, za pierwſzą część Wieloraza piſzę, a zmultyplikowawſzy przez nie Dzielnika, raz pięćdzieſiąt y dwa, ſą pięćdzieſiąt y dwa, produkt 52, odciągam od dwuch pierwſzych figur liczby podzielney, z ktorego odciągnienia zoſtaie mi ſię 36. W tych, że Dzielnika 52 brać niemogę, ſkładam przeto naſtępuiącą z liczby podzielney figurę 5, a położywſzy ią przy 36, mam 365, y mowię *powtore*, 52, w 365, biorę ſiedm razy,

zaczym

zaczym 7 piſzę za drugą część Wieloraza, a zmultyplikowawſzy przez nie Dzielnika, ſiedm razy dwa, ſą czternaście, ſiedm razy pięć ſą czterdzieści y pięć, mam cały produkt 364, ten odciągam od liczb, ktore dopiero dzieliłem, po ktorym odciągnieniu, zoſtaie mi ſię iedno czyli 1, ſkładam zatym naſtępuiącą czwartą figurę z liczby podzielney 2, a położywſzy ie przy iednym pozoſtałym, mam 12, y mowię *potrzecie*, 52 we 12, nie mogę brać, tu, że nową z liczby podzielney złożyłem figurę, a dzielnik w niey mieścić ſię niemoże, zaczym podług poprzedzaiących Reguł, kładę za to w Wielorazie zatrzecią część cyfrę 0, a naſtępuiącą piątą z liczby podzielney figurę, ktore tu ieſt 0, złożywſzy do 12, mam 120, y mowię *poczwarte*: 52 w 120, biorę dwa razy, za tym 2 kładę za czwartą część Wieloraza, przez ktore to 2, zmultyplikowawſzy Dzielnika 52, produkt wypadaiący 104, odciągam od 120, y mam reſztę pozoſtałą 16, a ponieważ iuż całą liczbę podzieliłem, zaczym podług oſtatniey, wyżey przepiſaney Reguły, reſzta pozoſtała 16, idzie na liczbę łamaną, ktorey też 16 ſą *numeratorem*, a *denominatorem* cały Dzielnik $\frac{16}{52}$. To uczyniwſzy, odpowiadam owemu ktory mnie pytał, względem rozporzą-

porządzenia roczney swoiey Intraty, że na cały Rok mu wystarczy, ieżeli każdego tygodnia expensować będzie 1702 Złote, y szesnaście części Złotego iednego, po dzielonego na części pięćdziesiąt, y dwie.

Przykład trzeci. Mam ubiec w dniach 13, mil 332, chcę wiedzieć, ile każdego dnia ubiec mi potrzeba?

Dzielnik	*Licz: podz:*	*Wieloraz*
13.	3 3, 2.	25 $\frac{7}{13}$
	2 6	
	- 7 2	
	6 5	
	- 7	

Każdego tedy dnia ubiec mi potrzeba mil 25, y siedm części z iedney mili podzieliwszy ią na części trzynaście, to iest prawie puł mili.

Przykład czwarty. 5000 Zołnierzy plonem dobytego Miasta, dzielą się wynoszącym na 5000000 Złotych, pytam ile każdy z nich wezmie?

Dzielnik	*Liczba podz:*	*Wieloraz*
5 | 000	5000 | 000.	1000.

W tym przykładzie dla znayduiących się w Dzielniku cyfer trzech, skracam Dy-

wizyą, gdyż odciąwszy te trzy cyfry z Dzielnika, y tyleż z liczby podzielney, dzielę tylko przez pięć, pięć tysięcy z ktorey Dywizyi wypada mi tysiąc, ile każdy żołnierz z plonu owego brać powinien, co samo wynidzie gdy przez 5000 będę dzielił 5000000, nieodcinaiąc cyfer.

Przykład piąty. Za 50 Łasztow zboża wziąłem 14665 Złotych Polskich, pytam, ile za Łaszt każdy przypada?

Dzielnik	*Liczba podzi:*	*Wieloraz*
5|0	14, 6, 6, |5	293 $\frac{15}{50}$
	10	
	- 46.	
	45	
	- 16	
	15	
	- 1.	

W tym przykładzie odciąwszy iednę cyfrę z Dzielnika, odcinam y z liczby podzielney iednę ostatnią figurę, to iest 5. Ze zaś po odprawioney Dywizyi, z ostatniego odciągnienia zostało się 1, składam do niego 5 z liczby podzielney przy początku Dywizyi odcięte, y mam tę resztę zupełną pozostałą za *Numeratora* liczby łamaney, ktorey *Denominatorem* iest cały Dzielnik 50, to iest $\frac{15}{50}$.

Łaszt

Łaſzt tedy ieden ſprzedałem po Złotych 293, y po pietnaście części iednego Złotego podzielonego na części pięćdzieſiąt, to ieſt po groſzy 9, czego z dalſzych o liczbie łamaney nauk łatwo doyść będzie można.

Co ſię tycze ſpoſobu na podzielenie liczb rożne gatunki rzeczy w ſobie zamykaiących, ten w trzech naſtępuiących zamyka ſię regułach.

Reguła pierwſza. Jeżeli liczba do podzielenia dana, z wielu ſkłada ſię gatunkow, a Dzielnik z iednego, tedy wyżſzy gatunek liczby podzielney, gdy ieſt większy nad Dzielnika, przez niego dzielę, reſztę zoſtaiącą redukuię na niżſzy naſtępuiący gatunek, ktory znowu przez tegoż ſamego Dzielnika dzielę, y tak daley.

Przykład. Dzielę na ſześciu Kupcow zyſk 30529 Talerow, Złotych 6 groſzy 20.

Dzi:	*Liczba podzielna*			*Wieloraz*
	Talery	Złote	Groſze	
6	30,5,2,9.	-6 -	20.	5088 - 2 - 13 - 1
	30	8	60	
	- - 52. 6	14.6	8,0.	
	48	12	6.	
	-49.	-2	20	
	48	30	18	
	-1.	60.	-2	
			3	
			6 | 6	
			| 6.	

W tym przykładzie, podzieliwſzy naprzod przez 6 Summę Talerow, od oſtatniego odciągnienia zoſtaie mi ſię Talar 1, w ktorym zamykaiące ſię, Złotych ośm łączę z ſześciu Złotemi w liczbie podzielney będącemi. Summę z tąd zebraną 14, znowu dzielę przez 6, a zoſtaiące mi ſię po odciągnieniu dwa Złote redukuię na groſzy 60, ktore dodawſzy do groſzy 20 w liczbie podzielney będących mam groſzy 80, y dzielę ie przez 6. Toż zoſtaiące ſię po oſtatnim odciągnieniu groſze

dwa

dwa zredukowawszy na szelągow 6, znowu dzielę przez Dzielnika 6, y mam Wieloraz zupełny liczby do podzielenia daney Talerow 5088, Złotych 2, groszy 13, szeląg 1, w zadaney kwestyi każdemu z sześciu Kupcow dostać się powinno.

Gdy zaś naywyższy gatunek liczby podzielney będzie mnieyszy od Dzielnika, tedy redukuie się wprzod na niższy gatunek, a potym dopiero dzieli się.

Przykład. Dał kto Złotych 4, y groszy 20 do podzielenia na piąciu ubogich, pytam się ile każdemu z nich dać potrzeba? Gdzie że przez 5 czterech dzielić nie mogę, tedy zaraz dane cztery Złote na grosze redukuię, do ktorych dane osobno 20 groszy, przyłączywszy całą Summę groszy, dzielę przez 5 następuiącym sposobem.

```
5 | 4 -     20 |
  | 3 0        |
  ------
    1 2 0
      2 0
  ------
5 | 1 4, 0, | 28
  | 1 0     |
  ------
    - 4 0
      4 0
  ------
      - -
```

Każdemu tedy Ubogiemu dostanie się groszy 28.

Reguła

Reguła druga. Ieżeli liczba podzielna, ieden, a Dzielnik ma w sobie gatunkow więcey, tedy wszystkie gatunki w Dzielniku na naymnieyszy zredukowawszy, przezeń liczbę podzielną dzielę, a gdyby na ow czas Summa w liczbie podzielney mnieyszą była, tedy y ta na gatunek mnieyszy redukuie się.

Przykład pierwszy. Za pięć łokci sukna, y cwierć zapłacono Złotych 84, pytam ile łokieć kosztuie? W tym przykładzie redukuię naprzod 5 łokci na cwierci, do ktorych przydawszy cwierć iednę, mam cwierci 21, przez ktore dzielę wydane 84 Złote. Wieloraz 4 wypadaiący, pokazuie mi, że cwierć iedna iest po Złotych 4, a zatym łokieć po Zł: 16.

	Dzi:	L. po:	Wieloraz
5 - 1	21	84	4
4 20		84	
20 - 21		- -	

Przykład drugi. Za płotna łokci 7 y cwierci 2, dałem Złotych 20, pytam ile za każdy łokieć zapłaciłem? Ponieważ w Dzielniku są dwa gatunki, to iest łokcie y cwierci, zatym łokieć redukuię na cwierci, a przydawszy 2, mam cwierci 30, przez ktore że Złotych 20 dzielić nie mogę, redukuię y te na grosze, ktore dopiero przez cwierci zredukowane, podzieliwszy,

liwſzy, mam cenę cwierci iedney owego płotna, groſzy 20, zatym łokieć wynieſie mi na Złotych 2 y groſzy 20.

7 - 2	20	
4	30	
28	600	
2		
30		
Dziel:	*Li: podz:*	*Wielorax*
30	600	20.

Reguła trzecia. Ieżeli tak Dzielnik, iako y liczba podzielna z wielu ſkładaią ſię gatunkow, tedy y w Dzielniku, y w liczbie podzielney wſzyſtkie gatunki na naymnieyſzy oſobno redukować potrzeba, toż przez Dzielnika, liczbę podzielną, dywidować.

Przykład. Za trzy oka kawy, y funt ieden, dałem Złotych 22, groſzy 10, chcę wiedzieć, ile oko iedno koſztuie? naprzod ok 3 zmultyplikowawſzy przez 3, redukuię na funty, y mam wraz z dodanym wſzyſtkich funtow 10, co będzie nowym Dzielnikiem. Potym Złote 22 redukuię na groſze, y mam wſzyſtkich groſzy 670; ktore nakoniec przez funtow 10 podzieliwſzy, wypada mi funt ieden po groſzy 67, to ieſt po Złotych 2 y groſzy 7, zatym oko po Zł: 6. y gr: 21, a to w ten ſpoſob?

3 - 1	22 - 10	
3	30	
9	660	
1	10	
Dzielnik	*Liczba pod:*	*Wielorat*
10	670.	67.
	60	
	- 70	
	70	
	- -	

Przeſtroga I. *Dzielnik w tey części liczby podzielney, ktorą dzieli, więcey nigdy nad dziewięć razy brać ſię nie może. Ta zaś liczba, co po odciągnieniu produktu od liczb do podzielenia wziętych zoſtaie ſię, większa nad Dzielnika, ani mu rowna, nigdy bydź niepowinna, ale zawſze mnieyſza, bo ieżeli Dzielnikowi ieſt rowna, lub nad niego więkſza, znać że Dzielnik w liczbie do podzielenia odciętey, mniey wzięty był, niżeli ſię mogł był brać.*

Przeſtroga II. *Ieſt ieſzcze inny ſpoſob na dzielenie liczb zwłaſzcza przywiękſzych, ktory tu dla wiadomości podaie ſię, y natym zależy, ażeby przed zaczęciem Dywizyi, naprzod Dzielnika przez liczby 1, 2, 3, 4, &c. aż do 9 porządkiem multyplikować, y wſzyſtkie z tey multyplikacyi wynikaiące produkta ieden pod drugim piſać, przydawſzy na drugiey*

roniest

ſtronie liniyki, liczby te, przez ktore Dzielnik multyplikowany, ten a nie inny ma produkt, te bowiem produkta nic innego nie ſą, tylko Dzielnik raz lub dwakroć razy wzięty, y wſkazuią nam; ile razy Dzielnik w liczbach, od liczby podzielney odciętych brać się powinien. Wizerunek tego w naſtępuiącym widzieć ſię daie przykładzie.

Dzielnik *y Produkta od 1g. aż do 9.*		*Liczba Podzielna*	*Wieloraz*
1	144	214,0,0,1,1,7,1,2.	14861192 $\frac{64}{144}$
2	288	144	
3	432	-700	
4	576	576	
5	720		
6	864	1240	
7	1008	1152	
8	1152	--881	
9	1296	864	
		-171	
		144	
		-277	
		144	
		1331	
		1296	
		--352	
		288	
		-64	

Prze-

Przestroga III. *Tabliczek Nepera, o ktorych w przestrodze drugiey po multyplikacyi mowiliśmy, z rowną wygodą do Dywizyi, iak y do Multyplikacyi zażyć można sposobem nastepuiącym. Maiąc naprzykład podzielić 10504 przez 52, pissę* naprzod *te dwie dane liczby na osobney karcie, tak iako się do Dywizyi pisać powinny.* Powtore. *Biorę Tabliczki E. B. u ktorych wierzchu są liczby 5 y 2 Dzielnika składaiące, y układam ie wzdłuż iednę przy drugiey, iak w Multyplikacyi, toż Tabliczkę A. z liczbami naturalnemi, przystawiam na lewym boku Tabliczki E.* Potrzecie. *Odcinam z liczby podzielney z Dzielnikiem na osobney karcie napisaney, pierwssą część, ktorą naprzod przez Dzielnika mam dzielić, iaka tu iest 105, a poniewaz Wielorazy, czyli liczby naturalne na pierwssey Tabliczce znayduiące się 1, 2, 3, 4, &c. pokazuią mi w kolumnach poprzecznych sobie przyległych. Dzielnika 52, raz, dwakroć, trzykroć, czterykroć &c. wziętego, iako się łatwo z przessłey Przestrogi, y z samego Tabliczek robienia dorozumieć można, uważam więc w ktorey poprzeczney kolumnie Tabliczek, Dzielnika raz albo kilka razy wziętego reprezentuiących, taż sama liczba 105, lub naybliższa iey mieści się, czyli znayduie, y widzę że w drugiey kolumnie poprzeczney zamyka się 104 naybliższa liczbie owey odciętey 105.* Poczwarte. *Przy tey kolumnie, 2 na pierwssey Tabliczce*

A,

A, w tym ſamym rzędzie położone, ſą Wielorazem tey pierwßey części, zaczym te 2 pißę na prawey ſtronie liczby podzielney na oſobney karcie napiſaney. Popiąte. *Odciągam 104 od owey pierwßey części odciętey z liczby podzielney, po ktorym odciągnieniu mam zostaiące ſię 1.* Poſzoſte. *Do tego 1 ſkładam naſtępuiącą z liczby podzielney cyfrę 0, y mam 10, w ktorych że oczywiſta ieſt, iż Dzielnik 52 brać ſię niemoże, zaczym za drugą część Wieloraza na oſobney karcie napiſawßy cyfrę, ſkładam do owych 10, naſtępuiącą z liczby podzielney figurę 4. a tak mam 104.* Poſiodme. *Uważam znowu, w ktorey poprzeczney kolumnie Tabliczek Dzielnika kilka razy wziętego reprezentuiących, tą liczba 104 lub iey naybliżßa zamyka ſię, y znayduię w drugiey kolumnie, 104, liczbę, ktorey mi prawie potrzeba było, a przy niey w pierwßey Tabliczce 2, y te ſą trzecią częścią Wieloraza.* Nakoniec. *104 od 104 odciągnąwßy, niezoſtaie ſię nic, a zatym Dywizya ſkończona. Liczby tedy 10504 podzieloney przez 52, Wieloraz ieſt 202.*

A. E. B.

A.	E.	B.
1	5	2
2	1 0	4
3	1 5	6
4	2 0	8
5	2 5	1 0
6	3 0	1 2
7	3 5	1 4
8	4 0	1 6
9	4 5	1 8

52 | 105, 0, 4, | 202
104.

--1 0 4
1 0 4

- - -

Przestroga IV. *O Doświadczeniu dobrze uczynioney Dywizyi, mowić się będzie w następuiącey Propozycyi.*

PROPOZYCYA VII.

Dowieść należycie uczynioney Multyplikacyi, y Dywizyi.

Powszechne u Arytmetykow iest *axioma: Destruit multiplicatio, quod fecit Divisio, & restaurat Divisio, quod destruxit multiplicatio* to iest: Produkt multyplikacyi przez Dywizyą, a Wieloraz Dywizyi przez multyplikacyą przywracaią się do liczb pierwszych ktore do mnożenia, lub do podzielenia, dane były. Na

Na doświadczenie tedy dobrze odprawioney multyplikacyi, podziel produkt przez multyplikatora, a Wieloraz liczbie do multyplikacyi daney, rowny bydź powinien; inaczey błąd w multyplikacyi ſtać ſię muſiał. Tak w pierwſzym przykładzie z multyplikacyi produkt 27432, podzieliwſzy przez multyplikatora 8 wynika mi Wieloraz 3429 rowny we wſzyſtkim liczbie do mnożenia daney.

```
      3429.
         8
    --------
8 | 27,4,3,2, | 3429
  | 24        |
  -------
    -34
     32
    -----
     -23
      16
    -----
      -72
       72
       --
```

Na doświadczenie Dywizyi, Wieloraz przez Dzielnika zmultyplikowawſzy, y przydawſzy reſztę, ieżeli ſię iaka w podziale zoſtała, produkt rowny bydź powinien, liczbie do dzielenia daney. Tak w przykładzie pierwſzym z Dywizyi, Wieloraz

loraz 21141 zmultyplikowawſzy przez Dielnika 6, produkt 126846, wypada rowny liczbie do podzielenia daney.

Dzielnik	*Liczba pod:*	*Wieloraz*
6	12,6,8,4,6,	21141
	12	6
	--6	Produkt 126846.
	6	
	-8	
	6	
	24	
	24	
	--6	
	6	
	.	

Z podobną, iak w Addycyi, y w Subtrakcyi łatwością, doświadczyć także można dobrze odprawionych Multyplikacyi, y Dywizyi, przez wyrzucenie dziewięciu. *Naprzod* albowiem po uczynioney multyplikacyi wyrzuca ſię po dziewięć z liczby A. do mnożenia daney, a 4 pozoſtałe kładą ſię na wierzchu krzyża M. *Powtore*. wyrzuca ſię po dziewięć z multyplikatora B, a 1 od dziewięciu pozoſtałe, kładzie ſię na dole krzyża N.

Potrzecie

Potrzecie. te dwie reſzty, multyplikuią ſię między ſobą; a z produktu wyrzuciwſzy ile razy można po dziewięć, reſzta ztąd pozoſtała 4, piſze ſię na boku krzyża O. *Nakoniec.* z produktu generalnego C, każde przypadaiące 9 wyrzuciwſzy, liczba, ktora ſię od oſtatnich dziewięciu, zoſtaie, liczbie O na boku krzyża napiſaney rowna bydź powinna, iakie tu ſą 4, y piſzą ſię na drugim boku tegoż Krzyża P.

M.
4

A. 1228
B. 19
———
11052
1228
———
C. 23332

O. 4 ——|—— 4 P.

1
N.

W Dywizyi *naprzod* wyrzuca ſię po 9 z Dzielnika D, y reſzta 3 od 9 zoſtaiąca, piſze ſię na wierzchu krzyża Q. *Powtore.* wyrzuca ſię po 9 z Wieloraza F. y reſzta pozoſtała 3, piſze ſię na dole krzyża R. *Potrzecie.* te dwie reſzty zmultyplikowawſzy między ſobą, y wyrzuciwſzy z produktu 9 cyfra 0, w tym przykładzie pozoſtała kładzie ſię na boku krzyża S. *Nakoniec.* z liczby podzielney po 9 wyrzuciwſzy, reſztę mieć powinienem rowną li-

czbie na boku Krzyża T. napiſaney, ktora w następuiącym przykładzie ieſt o, y piſzę ią na drugim boku Krzyża T.

```
                                          Q.
D.12 | E.24,0,1,2 | F. 2001               3
     |   24       |                       |
      ------                              |
       --0                      S. o------+------o T.
        12.                               |
        12                                |
      ------                              3
        --                                R.
```

Przeſtroga. *Dotąd o proſtych rachunkach, liczb Całkowitych tak iednego, iako, y rożnego gatunku, mowiliśmy. Przeſtrogi y nauki ſczegulnieyſze o każdym z oſobna rodzaiu rachunkow, podane, im lepiey kto ſpamięta, y doſkonaley poymie, tym mniey dla ſiebie znaydzie trudności w następuiących wyżſzey Arytmetyki Regułach. A że nayczęściey liczby rożnego gatunku w Rachunek wchodzą, z tey przyczyny każdy o to ſtarać ſię powinien, ażeby doſkonale wiedział cenę, y proporcyą gatunku niżſzego do gatunku wyżſzego każdey rzeczy, maiąc zupełną monet, wag, y miar, wiadomość; ktore iako w każdym Kraiu nie ſą iednakowe, tak Reguła na nie generalna, nie tak z przepiſu Rachmiſtrzow, iako bardziey z codzienney praktyki, zabrać ſię może, a zwłaſzcza w naſzym Kraiu, gdzie w każdey prawie Prowincyi*

cyi

cyi nazwiska, proporcye miar są rożniące się między sobą. Ktorych specyfikacyą obsserwniey tu wyrażać, za rzecz mniey potrzebną osądziłem, aż poki zupełna w całym Państwie tak monety, iako wag, y miar, nie nastąpi koekwacya, y ieden wszędzie walor.

Zakończę Rozdział ten, kilką ciekawemi Kwestyami, ażeby łatwością w solwowaniu ich przez proste Arytmetyki Reguły, Młodź zachęcona, do dalszych tym chętniey brała się.

PROPOZYCYA VIII.

Zamykaiąca w sobie niektore ciekawe zadania, ktore przez poprzedzaiące prostey Arytmetyki Reguły łatwo solwować można.

ZADANIE I. Z powszechnego Astronomow wymiaru, Słońce odległe iest od ziemi na mil Niemieckich 20,136,600 a Miesiąc na mil 54900. pytam iak wielka iest odległość Słońca od Miesiąca?

Odciągnąwszy liczbę mnieyszą od większey, masz odległość Słońca od Miesiąca, na mil Niemieckich 20,081,700.

ZADANIE II. Ma Oyciec lat 37, Syn lat 9; pytam ile lat obydwom żyć potrzeba, ażeby Syn miał połowę lat Oycowskich?

Multyplikuy lata Synowikie przez 2. produkt 18, z tąd wypadaiący, odciągniy od lat Oycowſkich 37, reſzta 19, pokaże ci, że lat 19 Syn z Oycem pożywſzy, będzie miał połowę lat Oycowſkich. Wſzakże 19 a 37, czynią 56, a zdrugiey ſtrony 19 a 9, czynią 28, co ieſt połową lat 56.

ZADANIE III. Troię w lat 431 przed założeniem Rzymu zburzyli Grecy. Od założenia Rzymu aż do Narodzenia Chryſtuſa upłynęło lat 753, od Narodzenia Chryſtuſa aż do Roku teraznieyſzego wyſzło lat 1766, pytam, ile lat minęło od zburzenia Troi?

Dodawſzy wſzyſtkie trzy wzwyż wyrażone Summy, maſz lat 2950, ktore od zburzenia Troi do tych czas upłynęły.

ZADANIE IV. Prochow palących wynalazek, przypiſuią Bartoldowi Mnichowi Kolońſkiemu, około Roku 1380, chcę wiedzieć, ile lat od wynalazku prochow minęło?

Odciągniy Rok wzwyż wyrażony od Roku teraznieyſzego, a reſzta 386, to ci pokaże.

ZADANIE V. Homer od Hezyoda ſpytany, ile Grekow na pierwſzą expedycyą pod Troię wyprawiło ſię? Odpowiedział:

Siedm

Siedm kucheń było, a z każdey przypadło
Pięćdziesiąt stołow zastawić potrawy,
Dziewięć set Grekow za ieden stoł siadło,
Zdatnych iedynie do Woienney sprawy.

Zmultyplikowawszy, *naprzod* 7 przez 50, a potym produkt ztąd wynikaiący 350 przez 900. masz produkt generalny 315000; ile Woiownikow Greckich pod Troię na pierwszą expedycyą wyprawiło się.

ZADANIE VI. Na teyże Woynie Troiańskiey, ktora lat 10 trwała, zginęło ogołem Grekow y Troian 1,566,000., ale tak; że klęska Grekow, 194 tysiącami więcey nad Troian wynosiła, pytam ile zginęło Grekow, ile Troian?

Do połowy Summy generalney dodawszy połowę przewyższki, czyli rożnicy, ktora tu między klęskami zachodzi, masz liczbę zabitych Grekow 880000, a od połowy Summy generalney odciągnąwszy połowę teyże przewyższki, masz liczbę zabitych Troian 686000.

ZADANIE VII. Obwod czyli Cyrkuł okręgu Ziemowodnego dzieli się na 360 Gradusow, w iednym Gradusie iest mil Niemieckich 15, Polskich 18, pytam ile ma mil Niemieckich, lub Polskich, obwod całey ziemi?

Zmultyplikowawszy 360 Gradusow przez 15, masz okręgu ziemskiego na mil

Niemieckich 5400, a z multyplikowawszy też gradusy przez 18, masz mil Polskich 6480.

ZADANIE VIII. Podrożny żartuiąc z Arytmetyka, rzecze do niego: Doydź przez twe rachunki, ile mil w tym tygodniu ubiegłem?

Arytmetyk niewiedząc kwoty mil owych, każe ie podrożnemu sekretnie multyplikować przez 9, toż produkt podzielic przez 3, a Wieloraz z tey Dywizyi wypadaiący, znowu multyplikować przez 6. Toż prosi go o wskazanie sobie ostatniego produktu, ktory sam podzieliwszy przez 18 ma mil zadanych kwotę. Daymy że mil owych było 24, te zmultyplikowawszy przez 9, iest produkt 216, ktory podzieliwszy przez 3, wypada Wieloraz 72, a ten multyplikuiąc znowu przez 6 wychodzi produkt 432, ten produkt ostatni gdy nakoniec podzielę przez 18, mam Wieloraz 24, ktora mil liczba założona była.

ZADANIE IX. W pewney Fortecy było Francuzow y Szwaycarow 2,114, na Szwaycarow tylko raz w tydzień warta przypadała, pytam wiele było Francuzow, a wiele Szwaycarow?

Podziel 2,114, przez dni 7, z ktorych składa się ieden tydzień, a Wieloraz pokaże

każe ci liczbę Szwaycarow 302; Wieloraz ten odciągnąwszy od 2,114, reszta 1,812 pokaże ci liczbę Francuzow.

ZADANIE X. Dwoch Braci, proszą trzeciego o orzechy, ktore niedawno kupił! Na co im tak mowi:

Oyciec połowę, czwartą część ma Matka,
Szostąm dał Siostrze. Wy chcecie ostatka?
Z tysiąca dwoch set, tylko te, mam wreście,
Ktorych zgadnąwszy liczbę, wszystkie weście.

Podziel *naprzod* 1,200 przez dwa, a Wieloraz pokaże ci, że Oyciec wziął 600.

Podziel *powtore* 1,200 przez 4, a Wieloraz pokaże ci, że Matka wzięła 300.

Podziel *potrzecie* 1,200 przez 6, a Wieloraz pokaże ci, że Siostrze dostało się 200.

Zniosszy te Summy parcyalne, Summę z nich zebraną 1,100 odciągniy od 1,200, reszta od odciągnienia pozostała, pokaże, że ieszcze zostało mu się orzechow 100, ktore dwom Braci ofiarował.

ROZDZIAŁ II.

O Rachunkach Liczb Łamanych.

I. Liczba Łamana, ktorą inaczey zowiemy *Frakcyą*, lub *Minucya*, ieſt część iedna, albo więcey części rzeczy iakiey, na kilka rownych części podzieloney. Tak podzieliwſzy Złoty ieden na trzy części, gdy mam z tych trzech części, dwie, mowi ſię że mam dwa ze trzech, co na piśmie tak ſię wyraża $\frac{2}{3}$.

Do wyrażenia tedy liczby łamaney, dwa numery koniecznie ſą potrzebne, ieden ktory kładę nad liniyką, a ten zowie ſię Licznik, *Numerator*, y wſkazuie mi, wiele mam części z rzeczy podzieloney. Drugi, ktory piſzę pod liniyką, a ten zowie ſię Mianownik, *Denominator*, y wymienia mi, na wiele części rzecz owa podzielona była. Tak naprzykład:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{11}{20}$$

znaczy, że mam iednę ze dwoch, czyli połowę, iednę ze trzech, dwie z ſiedmiu, cztery z dziewięciu, iedenaście ze dwudzieſtu części rzeczy iakiey, na takoweż części rownie podzieloney.

II. Liczba Łamana, w ktorey Licznik Denominatorowi rowny będzie, znaczy

iedno

iedno całkowite, tak maiąc $\frac{3}{3}$ trzy ze trzech; mam iedno całe, bo mam trzy części z rzeczy tey, ktora na też ſame trzy części podzielona była.

III. Liczba Łamana, w ktorey Numerator nad Denominatora ieſt większy, zowie ſię *impropria*, to ieſt niewłaściwa czyli zmyślona tylko; y wynoſi więcey nad iedno całkowite. Tak maiąc $\frac{5}{3}$ pięć ze trzech części iednego Złotego, znaczy, że mam y te trzy części, na ktore, Złoty podzielony był, y dwie procz tego części, drugiego Złotego, na takoweż rowne trzy części podzielonego, to ieſt mam Złoty ieden cały, y dwie ze trzech części drugiego Złotego, czyli groſzy 20; co ſię tak wyraża $1\frac{2}{3}$. Złoty ieden, y dwie ze trzech części, drugiego.

IV. Ułamek liczby łamaney, czyli Frakcya Frakcyi, ieſt część, od ſameyże Frakcyi, odcięta, tak gdy z $\frac{2}{3}$ odcinam połowę, mowi ſię że ieſt odcięta połowa dwoch ze trzech, a piſze ſię tak: $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$; liniyka te dwie Frakcye przedzielaiąca znaczy, że pierwſza Frakcya ieſt częścią Frakcyi naſtępuiącey. Tak maiąc $\frac{2}{3}$ dwie ze trzech części iednego Złotego, to ieſt gr: 20, gdy z tych daię komu $\frac{1}{2}$ czyli połowę; mowi ſię, żem mu dał połowę dwoch ze trzech części iednego Złotego, to ieſt groſzy 10.

V.

V. *Dla uniknienia, przydłużſzego zatrudnienia w Rachunkach, zażywać będziemy na potym náſtępuiących znakow Arytmetycznych, powſzechnie wſzyſtkim Rachmiſtrzom świadomych, ktore dobrze w pamięć wbić ſobie potrzeba, żeby z małey na nie baczności, omyłek y błędow w dalſzych Rachunkach niepopełniać.*

Znak tedy rowności między liczbami ieſt taki: $=$; *naprzykład* a $=$ b, znaczy że cena pod literą a, wyrażona, rowna ieſt we wſzyſtkim cenie, ktora pod literą b, mieści ſię.

Znak Addycyi ieſt $+$ nazywa ſię *plus*, to ieſt więcey, co u nas wyrazić ſię może tą Konjunkcyą, *a*, tak *naprzykład* $2 + 3 + 5 + 1 = 11$, znaczy: że 2, a 3, a 5, y iedno czynią 11, albo rowne ſą iedenaſtu.

Znak Subtrakcyi ieſt — *minus*, mniey, *np.* $8 - 5 = 3$, znaczy, że ośm zmnieyſzone pięcioma, rownaią ſię trzem.

Znak Multyplikacyi ieſt X Tak $5 \times 3 = 15$, znaczy że pięć zmultyplikowane przez trzy rownaią ſię piętnaſtom.

Znak Dywizyi wyraża ſię Frakcyą, w ktorey liczba do dzielenia dana, kładzie ſię na mieyſcu *Numeratora*, a Dzielnik, na mieyſcu Denominatora, *naprzykład* $\frac{18}{3} = 6$, znaczy że 18 podzielone przez 3, rownaią ſię ſześciom.

Znak

Znak proporcyi, czyli względu rownego między liczbami ieſt, : : *naprzykład* 2. 4 : : 5. 10, znaczy, że między 2 y 4, taż ſama zachodzi rożnica, tenże ſam wzgląd, co między 5 y 10, to ieſt, że iako 2, w 4, tak 5, w 10, zupełnie dwa razy mieſzczą ſię.

Znak proporcyi ciągnioney ieſt ∺ z ſamego początku położony; *naprzykład* ∺ 2. 4 8, znaczy że śrzednia liczba 4, bierze ſię dwa razy, raz, iako 2, dwa razy w ſobie zamyka, drugi raz, iako ſama w 8 dwa razy wzaiemnie mieści ſię.

VI. *Axyomata, czyli prawdy niezawodne Arytmetyczne, do doſkonalſzego liczb łamanych zrozumienia potrzebne.*

AXYOMA I.

Iedno, do całey Frakcyi tę ma proporcyą, iaką ma proporcyą Denominator teyże Frakcyi do ſwego Numeratora. *Naprzykład* 1. $\frac{2}{3}$: : 3. 2, iedno bowiem, ieſt to rzecz cała nie podzielona, ktora tak ſię ma do ſwoich części, przez całą Frakcyą wyrażonych, iak ſię ma Denominator, ktory nic innego nie ieſt, tylko toż ſamo iedno na części podzielone, do tychże ſamych ſwoich części w Numeratorze zamkniętych. Pokażmy to w *Przykładzie*, niechay będą $\frac{2}{3}$, dwie ze

trzech

trzech części iednego Złotego, to iest groszy 20, Złoty tedy ieden tak się ma do $\frac{2}{3}$, to iest do groszy 20, ktore cała Frakcya $\frac{2}{3}$ wyraża, iak się maią groszy 30, czyli Złoty do groszy 20, to iest Denominator do Numeratora.

AXYOMA II.

Frakcye w ktorych Numeratory iednakową do Denominatorow swoich maią proporcyą, są rowne, y iedney ceny. *Naprzykład* $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$. Ponieważ w każdey z tych Frakcyi numerator dwa razy zupełnie mieści się w swoim Denominatorze, z tey przyczyny wszystkie te Frakcye ieden walor maią, to iest wszystkie znaczą połowę.

AXYOMA III.

Frakcya, ktorey tak Numerator, iako y Denominator przez tęż samę multyplikuią się, lub dzielą razem liczbę, waloru swego nieodmienia, y zawsze iedney iest ceny, tak następuiącey Frackcyi $\frac{4}{8}$ multyplikuiąc przez 5 tak Numeratora 4, iako y Denominatora 8, wynika Frakcya $\frac{20}{40}$, ktora toż samo znaczy, co pierwsza. Podobnymże sposobem dzieląc tak Numeratora 4, iak Denominatora 8, przez 2, wynika Frakcya $\frac{2}{4}$, tegoż samego co y pierwsza, waloru.

Prze-

Przeſtroga. *Wiele zależy na tym, ażeby dotąd wyrażone o Liczbach łamanych, nauki, Definicye, y Axyomata, dobrze zrozumieć y pomnieć, bez czego, naſtępuiące Propozycye niemało trudności ſprawić by mogły.*

PROPOZYCYA I.

Danych dwoch Liczb znaleść miarę powſzechną naywiękſzą.

Miara dwoch liczb powſzechna naywiękſza, ieſt liczba taka, ktora, rownie, zupełnie, y bez naymnieyſzey reſzty, obydwie dane liczby dzieli, *naprzykład* między 12 y 15, miara powſzechna naywiękſza ieſt 3, gdyż przez te 3 podzieliwſzy 12, wychodzi mi ſpełna 4, a podzieliwſzy 15, wychodzi mi ſpełna 5, bez naymnieyſzey od obydwu liczb danych reſzty. Dla tego zaś liczba taka nazywa ſię miarą naywiękſzą, że liczb przez nię podzielonych, żadna inna liczba więkſza nad nią zarownie podzielić niemoże.

Chcąc tedy dwoch liczb danych powſzechną miarę naywiękſzą znaleść, iedney *naprzykład* pod literą A, drugiey pod literą B, wyrażoney; dziel naprzod liczbę więkſzą A, przez liczbę mnieyſzą B, a Wieloraz z tego podzielenia wypadaiący,

mimo puściwſzy, przez reſztę pozoſtałą C, dziel znowu liczbę mnieyſzą B, a zaniechawſzy y tu Wieloraza, znowu przez zoſtaiącą ſię reſztę D, dziel liczbę C. gdzie znowu Wieloraz porzuciwſzy, przez reſztę E, dziel liczbę D, toż przez reſztę F, dziel znowu liczbę E, ktora liczba F. że bez naymnieyſzey reſzty podzieliła liczbę E, ieſt dwoch liczb A. y B. na początku danych naywiękſzą powſzechną miarą, ktorey ſzukałeś, a zatym podzieliwſzy przez 18, naprzod większą liczbę A 234, wypadnie ci 13, potym mnieyſzą liczbę B. 144, wypadnie ci 8, bez naymnieyſzey, od podzielenia obydwu danych liczb reſzty. Wizerunek tego maſz naſtępuiący.

B. 144. | A. 234 | 1
144

C. 90 | B. 144 | 1
90

D. 54 | C. 90 | 1
54

E. 36 | D. 54 | 1
36

F. 18 | E 36 | 2
36

Przykład drugi. Szukam naywiękſzey powſzechney miary, między naſtępuiącemi dwoma liczbami, iedney pod literą G, drugiey pod literą H.

H. 102	G. 438 408	4
I. - 30	H. 102 90	3
K. 12	I. 30 24	2
L. -6	K. 12 12	2

Między temi dwoma danemi liczbami, naywiękſza powſzechna miara, ieſt 6. przez ktore, dzieląc liczbę więkſzą G.438, wypada 73. Dzieląc tudzież liczbę mnieyzą H. 102, wypada 17 bez naymnieyſzey od podzielenia obydwu liczb reſzty.

Ieżeli zaś po ſkończoney tym ſpoſobem między dwoma danemi liczbami Dywizyi, zoſtaie ſię 1, znak ieſt że liczby dane powſzechney żadney miary między ſobą nie maią. y ſą względem ſiebie *numeri incommenſurabiles*, liczby niezmierzyſte, iako to daie ſię widzieć w naſtępuiących

dwoch

dwoch liczbach, pod literami *M.* y *N.* wyrażonych.

```
N.49 | M.134 | 2
     |    98 |
     ---------
       O. 36 | N.49 | 1
             |   36 |
             --------
               P. 13 | O.36 | 2
                     |   26 |
                     --------
                      Q.10 | P.13 | 1
                           |   10 |
                           --------
                            R. - 3 | Q. 10 | 3
                                   |     9 |
                                   ---------
                                         1
```

Że tedy te dwie liczby M. y N. dzieląc między ſobą wzwyż wyrażonym ſpoſobem, zoſtaie mi ſię nakoniec 1. Znak ieſt że liczby owe żadney powſzechney miary niemaią, aprzeto przez żadną liczbę podzielić ich tak niemożna, ażeby ſię od obydwu nic niezoſtawało.

Demonſtracya czyli ukazanie tey operacyi, przez ſię ieſt iawne. Bo przez nieuſtanne owe liczby mnieyſzey od więkſzey przez Dywizyą odciągnienie, przyiść na oſtatek koniecznie muſiemy, do takiey liczby, ktoraby danych liczb rownym była

ła wymiarem, albo wſkazała nam przynaymniey, że między liczbami danemi żadna miara powſzechna znaleść ſię niemoże. Liczba, dane liczby dzielić rownie mogąca, zowie ſię ieſzcze inaczey liczb owych część ila, *Pars aliquota*, a liczba ktora danych liczb, iako miara powſzechna dzielić niemoże, zowie ſię część iakaś, *Pars aliquanta*, iedney z nich, to ieſt tey, ktorą bez pozoſtania reſzty niedzieli.

Przeſtroga. *Liczba każda ſiebie ſamę raz mierzy, zaczym zażyta bydź może za nay większą powſzechną miarę, między ſobą, y drugą liczbą daną, tak 7 ieſt naywiększą powſzechną miarą między 7 y 21. Bo 7 podzieliwſzy przez 7, wypada 1, a 21 podzieliwſzy przez 7, wypadaią 3; bez naymnieyſzey od liczby obbiey, reſzty.*

PROPOZYCYA II.

Liczbę Łamaną na naymnieyſze terminy redukować.

Do iaſney, y łatwieyſzey, liczb łamanych Rachuby, naywięcey pomaga, kiedy ie do iak naymnieyſzych redukuiemy terminow, ktoremi Frakcye wyrażone, toż ſamo znaczą, co znaczyły przed tym w wielkich terminach zamknięte.

Chcąc

Chcąc tedy Frakcyą do naymnieyſzych terminow redukować *naprzod* przez *Propozycyą poprzedzaiącą* znaydziy naywiękſzą powſzechną miarę, między iey Numeratorem, y Denominatorem.

Powtore. Przez wynalezioną naywiękſzą powſzechną miarę, podziel oſobno Numeratora, y oſobno Denominatora Frakcyi daney; Wieloraz Numeratora, będzie nowym Nmeratorem, Wieloraz Denominatora, będzie nowym Denominatorem Frakcyi nowey, rowney we wſzyſtkim daney Frakcyi *przez Axyoma* III. Tak *naprzykład* Frakcyą naſtępuiącą $\frac{160}{296}$ chcąc redukować do naymnieyſzych terminow, ſzukam przez *Propozycyą poprzedzaiącą* naywiękſzey powſzechney między temi dwoma liczbami miary, ktora ieſt 8, przez te 8 dzieląc Numeratora 160, mam 20, dzieląc potym Denominatora 296, mam 37, z czego wynika mi Frakcya $\frac{20}{37}$ w naymnieyſzych terminach wyrażona, a tegoż ſamego waloru, co Frakcya dana $\frac{160}{296}$. Tym ſamym ſpoſobem czyniąc, z naſtępuiącey liczby łamaney $\frac{60}{96}$, mam inną $\frac{5}{8}$ pierwſzey we wſzyſtkim rowną, dzieląc y Numeratora, y Denominatora iey przez 12, ktore ſą naywiękſzą miarą daney Frakcyi $\frac{60}{96}$.

PRO-

PROPOZYCYA III.

Dane Frakcye do iednego Mianowni ka, czyli Denominatora redukować.

Redukować Frakcye do iednego Mianownika, nic innego nie ieſt, tylko uczynić, ażeby Frakcye rożnych Mianownikow maiące, iednego na potym Mianownika miały, nieodmieniwſzy nic we wnętrzney ſwoiey ceny.

Chcąc tedy dwie Frakcye, *naprzykład* $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ do iednego Mianownika redukować, rozmnoż *naprzod* przez Mianownika drugiey Frakcyi, oſobno Licznika, y oſobno Mianownika Frakcyi pierwſzey, to ieſt $4X\frac{2}{3}$, maſz inną Frakcyą $\frac{8}{12}$, pierwſzey ze wſzyſtkim rowną. Rozmnoż *potym* przez Mianownika Frakcyi pierwſzey, Licznika y Mianownika Frakcyi drugiey, to ieſt $3X\frac{3}{4}$ maſz inną Frakcyą $\frac{9}{12}$, drugiey daney Frakcyi ze wſzyſtkim rowną. Otoż te dwie dane Frakcye, waloru ſwego nic nieſtraciwſzy *przez Axyoma* III, iednego teraz Mianownika maią.

$\frac{2}{3}$ X	$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{6}$ X	$\frac{10}{15}$
$\frac{8}{12}$	$\frac{9}{12}$		$\frac{15}{90}$	$\frac{60}{90}$

Ieżeli żaś danych będzie więcey liczb łamanych, ażeby ie do iednego Mianownika

wnika redukować, *naprzykład* $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$. W tenczas *naprzod* przez produkt Mianownikow drugiey, y trzeciey Frakcyi, rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi pierwszey, to iest 20 X $\frac{2}{3}$ masz Frakcyą nową $\frac{40}{60}$ pierwszey ze wszystkim rowną, *przez Axyoma* III. *Powtore* przez produkt Mianownikow Frakcyi pierwszey, y trzeciey, rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi drugiey, to iest 15 X $\frac{3}{4}$. masz Frakcyą nową $\frac{45}{60}$ drugiey daney Frakcyi ze wszystkim rowną; przez toż *Axyoma* III. *Potrzecie*. Przez produkt Mianownikow Frakcyi pierwszey, y drugiey rozmnoż osobno Licznika, y Mianownika Frakcyi trzeciey, to iest 12 X $\frac{1}{5}$, masz Frakcyą nową $\frac{12}{60}$, trzeciey daney Frakcyi ze wszystkim rowną przez toż *Axyoma* III. Aż oto te trzy Frakcye, waloru swego wewnętrznego nic niestraciwszy, iednego iuż Mianownika maią.

$\frac{2}{3}$ X $\frac{3}{4}$ X $\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$ X $\frac{3}{5}$ X $\frac{2}{4}$
$\frac{40}{60}$ $\frac{45}{60}$ $\frac{12}{60}$	$\frac{20}{40}$ $\frac{24}{40}$ $\frac{20}{40}$

Toż samo czyń, ilekolwiek Frakcyi do iednego Mianownika redukować ci przyidzie, to iest: przez produkt wszystkich Mianownikow, (procz Mianownika Frakcyi, ktorą aktu redukuiesz) mnoż osobno Licznika, y Mianownika, wszystkich z osobna danych Frakcyi.

Przeſtroga I. *Gdy Mianownik iedney ze dwoch Frakcyi danych, ſpełna dzieli Mianownika Frakcyi drugiey, w tenczas przez Wieloraz z tey Dywizyi wynikaiący, rozmnoż Licznika, y Mianownika tey Frakcyi, ktorey Denominator, Denominatora Frakcyi drugiey zupełnie podzielił, a Frakcye będą mieć obydwie iednego Mianownika. Niechay* naprzykład *będą dane dwie naſtępuiące Frakcye* $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{15}$. *Ponieważ 3 Denominator pierwſzey Frakcyi, mieści ſię zupełnie pięć razy w 15, to ieſt Denominatorze Frakcyi drugiey; zaczym przez ten Wieloraz 5, zmultyplikowawſzy Licznika, y Mianownika Frakcyi pierwſzey,* $5 \times \frac{2}{3}$ *maſz* $\frac{10}{15}$, *ktora Frakcya tegoż samego Mianownika ma, co, y druga* $\frac{7}{15}$.

Przykład pierwſzy.	Przykład drugi.
$\frac{2}{3}$, $\frac{7}{15}$	$\frac{1}{4}$, $\frac{3}{12}$
$\frac{10}{15}$, $\frac{7}{15}$	$\frac{3}{12}$, $\frac{3}{12}$

Przeſtroga II. *Z tey Propozycyi uczemy ſię poznawać, ktora z zadanych liczb łamanych ieſt większa? bo zredukowawſzy ie do iednego Mianownika, ta większa ieſt, ktorey Licznik ieſt większy.*

PROPOZYCYA IV.

Liczbę łamaną do iakiegokolwiek danego Denominatora redukować, nieodmieniaiąc ceny iey bynaymniey.

Niechay będzie dana Frakcya $\frac{2}{3}$, ktorą potrzeba redukować na Frakcyą maiącą Denominatora 60.

Przez Licznika 2, rozmnoż danego Denominatora 60, 2 X 60, a produkt 120, podziel przez 3 Deminatora daney Frakcyi, 3 | 120 | 40. Wieloraz ztąd wypadaiący 40, będzie nowym Licznikiem zadanego Mianownika 60, y wynidzie Frakcya $\frac{40}{60}$ daney Frakcyi $\frac{2}{3}$ we wszystkim rowna, przez *Axyoma* II. Bo 3. 2 : : 60. 40.

Ieżeli zaś daney Frakcyi Denominator, nie spełna dzieli produkt z Denominatora nowego, y z Numeratora daney Frakcyi wypływaiący, iako *naprzykład* w następuiącey liczbie łamaney $\frac{2}{3}$, ktorą chcę do Denominatora 8 redukować, gdyż 8 X 2 = 16, a 16 podzielone przez 3. czynią 5, y zostaie się 1; w tenczas za Numeratora, danemu Denominatorowi, napisawszy Wieloraz 5, to iest $\frac{5}{8}$, resztę zostaiącą się, iakie iest w tym razie 1, napisz za ułamek liczby łamaney $\frac{1}{8}$ z pierwszym Denominatorem 3, następuiącym sposobem $\frac{1}{3} | \frac{1}{8}$, y to przez znak Addycyi ✠. przyłącz do wynalezioney Frakcyi, tak: $\frac{5}{8}$ ✠ $\frac{1}{3} | \frac{1}{8}$. Co się tak wymawia: dwa ze trzech zredukowane do Denominatora ośmiu, czynią pięć z ośmiu, y ieden ze trzech, iednego z ośmiu $\frac{2}{3} = \frac{5}{8}$ ✠ $\frac{1}{3} | \frac{1}{8}$.

Ze zaś $\frac{2}{3}$ rowne są $\frac{5}{8}$ ✠ $\frac{1}{3} | \frac{1}{8}$ dowieść tego dowodnie można przez *Axyoma* II. Bo

przez

przez *Propozycyą* VII. *tego Rozdziału* ten ułamek liczby łamaney $\frac{1}{3}|\frac{1}{8}$, do iedney zredukowawszy Frakcyi czyni $\frac{1}{24}$. A zatym $\frac{2}{3}=\frac{5}{8}+\frac{1}{24}$, a przez *Axyoma* III, y przez *Przestrogę* I. *Propozycyi* III. $\frac{2}{3}=\frac{15}{24}+\frac{1}{24}$, to iest przez *Prop:* VIII. *tego Rozd:* $\frac{2}{3}=\frac{16}{24}$. Nakoniec przez *Prop:* II zredukowawszy Frakcyą $\frac{16}{24}$ na naymnieysze terminy $\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$.

Przestroga. *Z tey Propozycyi uczemy się dochodzić ceny liczb łamanych, przez zredukowanie ich na części nam wiadome. Tak chcąc wiedzieć, ile czynią* $\frac{3}{8}$, *trzy z ośmiu części dnia iednego? redukuię tę Frakcyą do Denominatora 24, ile godzin zamyka w sobie dzień naturalny. A zmultyplikowawszy danego Denominatora 24, przez 3 Numeratora daney Frakcyi, y produkt ztąd wynikaiący 72, podzieliwszy przez 8, Denominatora teyże Frakcyi, mam inną nową Frakcyą* $\frac{9}{24}$, *pierwszey ze wszystkim rowną,* przez Axyoma *II., lecz z ktorey, części owe dnia poznać, y wyrazić mogę doskonale. Bo ieżeli* $\frac{3}{8}=\frac{9}{24}$, *toć trzy z ośmiu części dnia iednego znaczą godzin dziewięć.*

PROPOZYCYA V.

Liczbę Łamaną na Liczby Całkowite redukować.

Gdy Licznik nad Mianownika swoiego większy iest, Frakcya taka (iako się wyżey rzekło) iest niewłaściwa, a przeto kiedy

kiedy tego potrzeba będzie, bardzo łatwo zamieniemy, y zredukuiemy ią na liczbę Całkowitą, podzieliwszy Licznika iey, przez Mianownika. *Naprzykład* następuiącey Frakcyi $\frac{12}{3}$, podzieliwszy Licznika 12, przez Mianownika 3, wypada na liczbę całkowitą Wieloraz 4. Tak maiąc $\frac{6}{3}$ Złotego, mam Zł: 2. Bo $\frac{6}{3} = 2$.

Gdy zaś Mianownik niespełna dzieli Licznika, reszta pozostała, od złożenia liczby Całkowitey, kładzie się za Frakcyą z tymże samym Mianownikiem. Tak maiąc $\frac{10}{3}$ Złotego mam Złotych 3, y iednę ze trzech części czwartego Złotego, to iest groszy 10. Bo $\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$.

Przestroga. *Z tey Propozycyi uczemy się redukować, Monety, Wagi, y Miary, mnieysze na większe: tak $\frac{330}{30}$ Groszy = Złotych 11, tak $\frac{168}{24}$ Godzin = Dni 7.*

PROPOZYCYA VI.

Liczbę Całkowitą na Liczbę Łamaną do iakiegokolwiek danego Denominatora redukować.

Daymy *naprzykład* 3. aby ie redukować na liczbę łamaną, ktorey Denominatorem ma bydź 7. Rozmnoż daną liczbę całkowitą 3 przez danego Denominatora

natora 7, a produkt 21 napiſz za Licznika temuż Denominatorowi, maſz Frakcyą $\frac{21}{7}$ rowną we wſzyſtkim daney liczbie całkowitey 3, albowiem 21 podzieliwſzy przez 7, wroci ſię nazad 3. Tak chcąc 3 Złote zredukować do Denominatora 30, multyplikuię 30X3, y mam Frakcyą $\frac{90}{30}$ to ieſt groſzy 90 = Złotych 3.

Przeſtroga. I. *Toż ſamo czyń, redukuiąc liczbę całkowitą, y przyłączaiąc do Frakcyi daney. Naprzykład redukuiąc, y przyłączaiąc 2 do $\frac{2}{3}$. Rozmnożywſzy albowiem 2 przez 3 Denominatora daney Frakcyi, produkt 6 złącz przez Addycyą z 2, Licznikiem daney Frakcyi, y maſz 8, ktore napiſz za Licznika temuż ſamemu Denominatorowi 3, będzieſz miał nową Frakcyą* $\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$.

Przeſtroga. II. *Liczbie całkowitey podłożywſzy za Mianownika 1, ſtaie ſię niby Frakcya* quaſi Fractio, *tak* $\frac{6}{1} = 6$, $\frac{8}{1} = 8$. *Proſzę to dobrze pomnieć do naſtępuiących Propozycyi, gdzie o Multyplikacyi, y Dywizyi liczb łamanych mowić będziemy.*

Przeſtroga. III. *Z tey Propozycyi, uczemy ſię redukować Monety, Wagi, y Miary większe na mnieyſze, zmultyplikowawſzy ie, przez Monety, Wagi, y Miary mnieyſze, ktore w ſobie zamykaią. Tak Talerow bitych 15 zmultyplikowawſzy przez 8, mam Złotych 120. Cetnarow 5, zmultyplikowawſzy przez 160, mam funtow 800. Graduſow 7 zmultyplikowawſzy przez 15, mam mil Niemieckich 105.*

PRO-

PROPOZYCYA VII.

Ułamki Liczby Łamaney na iednę prostą Frakcyą zredukować.

Chcąc ułamek liczby łamaney, do iedneyże Frakcyi, z Frakcyą ktorey iest ułamkiem redukować, *naprzykład* z tych dwoch Frakcyi $\frac{1}{2}|\frac{2}{3}$. z ktorych pierwsza iest ułamkiem drugiey, chcąc iednę Frakcyą zrobić; multyplikuy osobno między sobą Licznikow 1X2, y osobno Mianownikow 2X3, Produkta z nich wypadaiące 2, y 6, będą nowym Licznikiem, y Mianownikiem, to iest produkt z Licznikow 1X2 =2, będzie nowym Licznikiem, Produkt z Mianownikow 2X3 =6, będzie nowym Mianownikiem Frakcyi $\frac{2}{6}$ rowney we wszystkim daney Frakcyi z iey ułamkiem $\frac{1}{2}|\frac{2}{3}$.

Obiaśniam to następuiącym przykładem. Maiąc *naprzykład* $\frac{1}{2}|\frac{2}{3}$ iednego Złotego, to iest przez *Punkt* IV. groszy 10, toż samo iest, iak gdybym miał $\frac{2}{6}$ tegoż samego Złotego. Bo Frakcya $\frac{2}{6}$, przez naywiększą powszechną miarę 2, do nayminieyszych terminow zredukowana przez *Prop:* II czyni $\frac{1}{3}$ iednego Złotego, to iest też same gr: 10. a zatym $\frac{1}{2}|\frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Toż

Toż ſamo czyń, kiedy ci więcey ułamkow iedney Frakcyi przyidzie na iednę Frakcyą zbiiać, *naprzykład* w naſtępuiących ułamkach liczby łamaney $\frac{3}{4} | \frac{2}{3} | \frac{3}{5}$. zmultyplikowawſzy wſzyſtkie między ſobą Numeratory $3 \times 2 \times 3 = 18$, y wſzyſtkie Denominatory $4 \times 3 \times 5 = 60$, maſz z tych wſzyſtkich iednę Frakcyą $\frac{18}{60}$ danym ułamkom Frakcyi, we wſzyſtkim rowną.

PROPOZYCYA VIII.

Liczby Łamane dodawać.

Ieżeli liczby łamane do znieſienia dane maią iednakowego Mianownika, doday razem wſzyſtkie Liczniki, a napiſawſzy ie nad tymże ſamym Mianownikiem Addycyą zakończyſz. Chcąc *naprzykład* dodać $\frac{1}{30} + \frac{20}{30} + \frac{5}{30} + \frac{16}{30}$ iednego Złotego, znoſzę ſame Liczniki $1 + 20 + 5 + 16$, y Summę z nich zebraną 42 kładę za nowego Licznika danemu Mianownikowi 30, y mam Frakcyą $\frac{42}{30} = 1 + \frac{12}{30}$, to ieſt: $\frac{1}{30} + \frac{20}{30} + \frac{5}{30} + \frac{16}{30} = \frac{42}{30} = 1 + \frac{12}{30}$, to ieſt groſzy 1, a 20, a 5, a 16, czynią groſzy 42 = Zł: 1, y gr: 12.

Ieżeli zaś liczby łamane dane do znieſienia, rożnych Mianownikow maią, te zredukowawſzy, naprzod do iednego Mianownika, przez *Propozycyą* III, zbierz potym, ſpoſobem wzwyż wyrażonym.

Ieżeli

Ieżeli nakoniec, liczby Całkowite z łamanemi przyidzie razem dodawać, tedy znieś osobno liczby Całkowite, toż liczby łamane, tak dodaiąc Złotych $3+\frac{2}{3}$, y Złotych $9+\frac{1}{3} = 12+\frac{2}{3} = 13$.

PROPOZYCYA IX.

Liczby Łamane odciągać.

Kiedy Frakcye dane maią iednego Denominatora, odciągniy Licznika mnieyſzego, od więkſzego, a pod reſztą położywſzy Denominatora onychże, Subtrakcyą zakończyſz. *Naprzykład* $\frac{5}{7}-\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$. Tak od $\frac{20}{30}$ iednego Złotego, to ieſt od groſzy 20, odciągnąwſzy $\frac{15}{30}$, to ieſt groſzy 15, zoſtaie mi ſię $\frac{5}{30}$, to ieſt groſzy 5, albowiem $\frac{20}{30}-\frac{15}{30}=\frac{5}{30}$.

Kiedy Frakcye dane do odciągnienia, odmiennych Denominatorow maią, redukuy ie wprzod do iednego Denominatora, toż ſposobem wzwyż wyrażonym mnieyſzą od więkſzey odciągniy.

Kiedy nakoniec, dana będzie Frakcya do odciągnienia iey od liczby całkowitey, redukuy wprzod liczbę całkowitą na Frakcyą, ktoraby z daną Frakcyą iednego Denominatora miała, *przez Prop:* III, a potym czyń, iako ſię wyżey powiedziało.

działo. Chcąc *naprzykład* odciągnąć $\frac{2}{3}$ od 4, zmultyplikowawſzy 4 przez 3 Denominatora daney Frakcyi, mam Frakcyą z tymże ſamym Denominatorem $\frac{12}{3}$, od ktorey odciągnąwſzy $\frac{2}{3}$, zoſtaie mi ſię $\frac{10}{3}$, to ieſt: $\frac{12}{3} - \frac{2}{3} = \frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$. przez *Prop.* V. Podobnymże ſpoſobem chcąc odciągnąć $2 + \frac{1}{4}$, od $5 + \frac{1}{2}$, to ieſt: $\frac{9}{4}$ od $\frac{11}{2}$, redukuy te dwie Frakcye do iednego Denominatora, przez *Propozycyą* III, a będzieſz miał $\frac{9}{4}$ y $\frac{22}{4}$, a zatym $\frac{22}{4} - \frac{9}{4} = \frac{13}{4} = 3 + \frac{1}{4}$ przez *Propozycyą* V.

Przeſtroga. *Pomnieć mocno proſsę, że do zbierania, y odciągania liczb łamanych potrzeba zawſſe, aby te iednego Denominatora miały.*

PROPOZYCYA X.

Liczby Łamane multyplikować.

Jeżeli multyplikować przyidzie Frakcyą przez Frakcyą, zmultyplikowawſzy oſobno Licznikow, y oſobno Mianownikow między ſobą, Multyplikacyą zakończyſz. Tak multyplikuiąc $\frac{2}{3}$ przez $\frac{2}{5}$ rozmnożywſzy oſobno między ſobą, y Numeratory $2 \times 2 = 4$, y Denominatory $3 \times 5 = 15$, wynika ci produkt $\frac{4}{15}$, tak $\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$.

Ieżeli

Ieżeli zaś mnożyć potrzeba będzie liczbę całkowitą przez Frakcyą, lub Frakcyą przez liczbę całkowitą, w tenczas liczbie całkowitey podłoż za Denominatora 1, przez *Propożycyą* VI. Toż czyń ſpoſobem poprzedzaiącym, multyplikuiąc *naprzykład* $\frac{2}{3}$ przez 7, naprzod pod 7 liczbą całkowitą, podłoż za Denominatora 1, będzieſz miał zatym $\frac{2}{3} X \frac{7}{1} = \frac{14}{3} = 4 + \frac{2}{3}$.

Ieżeli nakoniec iedna z liczb łamanych do rozmnożenia danych, będzie miała przyłączoną liczbę całkowitą, tedy redukuy wprzod liczbę całkowitą do Denominatora, Frakcyi przyległey, przez *Pro:* VI. Tak gdy chcę multyplikować $2 + \frac{1}{5}$ przez 6, redukuię naprzod 2 do Denominatora Frakcyi przyległey $\frac{1}{5}$, ſtanie ſię $\frac{11}{5}$, a pod 6 położywſzy za Denominatora 1, mam $\frac{11}{5} X \frac{6}{1} = \frac{66}{5} = 13 + \frac{1}{5}$. Toż czyń, kiedy obydwom Frakcyom do mnożenia danym przyległe będą liczby całkowite.

Pokażmy to w Przykładzie. Kupuię Sukna $15 + \frac{3}{4}$ łokci pietnaście, y cwierci trzy, łokieć po $7 + \frac{2}{3}$ po Złotych ſiedm y groſzy 20, pytam, wiele powinienem zapłacić?

Redukuię naprzod liczby całkowite do przyległych im Frakcyi, to ieſt $15 + \frac{3}{4} = \frac{63}{4}$, $7 + \frac{2}{3} = \frac{23}{3}$. Toż zmultyplikowawſzy między ſobą te Frakcye $\frac{63}{4} X \frac{23}{3} = \frac{1449}{12} = 120 + \frac{3}{4}$,

to

to ieſt: za 15 łokci Sukna, y cwierci 3. płacąc łokieć po 7 Zł: y po gro: 20, dam Zł: 120, y trzy ze czterech części iednego Złotego, to ieſt groſzy bliſko 22.

Demonſtracya, czyli dowodne okazanie Reguł podanych na Multyplikacyą liczb łamanych.

Multyplikować Frakcyą A. przez Frakcyą B, nic innego nie ieſt, tylko wynaleść za Produkt Frakcyą C, ktoraby ſię tyle razy mieściła w Frakcyi mnożney B. ile razy Frakcya A. za Multyplikatora dana mieści ſię w iednym *in unitate*. A że w tym razie, iako Frakcya C. dwa razy mieści ſię w Frakcyi B, tak Frakcya A. dwa razy mieści ſię w iednym *in unitate*, zaczym Frakcya C, ieſt produkt Frakcyi B. zmultyplikowaney przez Frakcyą A.

A. B. C.

$$\tfrac{1}{2} \times \tfrac{3}{5} = \tfrac{3}{10}$$

Ztąd każdy, przyczyny doyść może dla czego z multyplikacyi liczb łamanych A. y B. Produkt C. wynikaiący, mnieyſzy ieſt, od Frakcyi, ktore między ſobą mnożę, bo że iedno i tak ſię ma do Frakcyi A. iak ſię ma Frakcya B. do Frakcyi C. przez *Prop: V. Rozdziału I. o Multyplikacyi*, a iedno i większe ieſt nad Frakcyą A, tedy. y Frakcya B. większa bydź powinna nad

Frakcyą

Frakcyą C; a zatym, y Produkt przez Frakcyą C. wyrażony powinien bydź mnieyszy.

Przestroga I. *Multyplikacya liczb łamanych pięknie także odprawuie się przez Dywizyą, to iest dzieląc na Krzyż Mianownika Frakcyi iedney przez Licznika Frakcyi drugiey, y wzaiemnie (byle tylko bez reszty dzielić się mogły.) Tak chcąc multyplikować następuiące dwie Frakcye* $\frac{2}{3} \times \frac{9}{10}$, *podziel 9 przez 3, a 10, przez 2, masz Produkt danych Frakcyi* $\frac{3}{5}$. *Wszakże te dwie Frakcye, podanym wzwyż sposobem zmultyplikowawszy, tenże sam Produkt wypadnie. Bo* $\frac{2}{3} \times \frac{9}{10} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$ przez Prop: II.

Przestroga II. *Ieżeli przez liczbę Całkowitą z przyległą Frakcyą, będzie dana do mnożenia liczba Całkowita taka, ktorą Mianownik przyległey Frakcyi spełna podzielić może, w tenczas biegli Rachmistrze naprzod liczbę Całkowitą do przyległey Frakcyi redukuią, a przez Mianownika, podzieliwszy liczbę Całkowitą daną do mnożenia, przez wypadaiący Wieloraz, multyplikuią całego Numeratora, y maią Produkt liczb danych. Tak* $38 + \frac{2}{3}$ *multyplikuiąc przez 18, redukuię naprzod 38 do przyległey Frakcyi* $\frac{2}{3}$, *y mam* $\frac{116}{3}$ *a przez Mianownika 3 podzieliwszy liczbę daną 18, mam Wieloraz 6 przez ktory zmultyplikowawszy Numeratora 116, mam produkt zupełny liczb danych 696;* $38 + \frac{2}{3} \times 18 = 696$. *Doświadczysz tego, multypli-*

typlikuiąc też ſame dane liczby ordynaryinym ſpoſobem.

Przeſtroga III. *Jeżeli zaś przez liczbę Całkowitą przyidzie multyplikować Frakcyą* np. 32000X$\frac{6}{5}$, *tedy podzieliwſzy wprzod* 32000 *przez* 5, *Wieloraz* 6400 *multyplikuy potym przez* 6.

PROPOZYCYA XI.

Liczby Łamane dzielić.

Gdy terminy Frakcyi za Dzielnika daney, ſpełna dzielą terminy Frakcyi podzielney, w tenczas nowy Licznik, y Mianownik, ktore z tey Dywizyi wynikną, będą Wielorazem daney Frakcyi. Tak dzieląc Frakcyą $\frac{4}{9}$ przez $\frac{2}{3}$ podzieliwſzy 4 przez 2, a 9 przez 3 maſz Frakcyą nową $\frac{2}{3}$, ktora ieſt Wielorazem danych Frakcyi. Podobnie, gdy Mianownik u oboiey Frakcyi będzie iednakowy podziel Licznika, przez Licznika, a Mianownika zmazawſzy, maſz Wieloraz potrzebny. Tak dzieląc $\frac{6}{7}$ przez $\frac{2}{7}$, podzieliwſzy 6 przez 2, wypadnie ci Wieloraz 3.

Gdy zaś terminy Frakcyi za Dzielnika wziętey, nie dzielą ſpełna terminow Frakcyi podzielney, w tenczas Frakcyą, ktora ieſt Dzielnikiem obroć wſpak, to ieſt kładąc Numeratora na mieyſcu Denominatora,

tora, a Denominatora na mieyſcu Numeratora, potym, y Numeratory, y Denominatory tak położone zmultyplikowawſzy oſobno między ſobą, Produkt ztąd wypadaiący będzie Wielorazem Frakcyi daney. Tak chcąc podzielić $\frac{2}{3}$ przez $\frac{1}{2}$, obracam wſpak Frakcyą za Dzielnika daną, y mam $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{1}$ ktore zmultyplikowawſzy, mam Wieloraz $\frac{4}{3}$, to ieſt: $\frac{2}{3}$ podzielone przez $\frac{1}{2}$ ieſt $= \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$.

Przyczyna, dla ktorey w tym razie Frakcya za Dzielnika dana wſpak ſię obraca, ieſt ta, iż dane Frakcye potrzeba było wprzod do iednego Mianownika redukować, a dopiero Licznika iednego przez drugiego podzielić. Co wſzyſtko przez ſkrocenie dzieie ſię, kiedy Frakcyą za Dzielnika daną wſpak obrociemy.

Ile razy przyidzie dzielić Frakcyą przez liczbę Całkowitą, doſyć będzie zmultyplikować Denominatora daney Frakcyi przez daną liczbę Całkowitą. Tym ſpoſobem chcąc podzielić $\frac{1}{5}$ przez 2, zmultyplikowawſzy 5X2, mam Wieloraz $\frac{1}{10}$. Podobnież $\frac{1}{3}$ dzieląc przez 5 wypadnie $= \frac{1}{15}$. Dzieie ſię to przez ſkrocenie Operacyi. Gdyż w tym razie potrzeba było naprzod podłożyć 1 za Denominatora liczbie Całkowitey, toż Frakcyą owę wſpak obrocić.

Kiedy

Kiedy Dzielnik, lub liczba Podzielna, lub obydwie razem, ſkładaią ſię z liczb łamanych, y całkowitych, w tenczas potrzeba wprzod, liczby całkowite do przyłączonych Frakcyi redukować, a dopiero czynić Dywizyą według nauk wzwyż podanych. Tak maiąc dzielić $24 + \frac{1}{5}$ przez $\frac{2}{3}$, zredukowawſzy liczby całkowite do przyległey Frakcyi, mam $\frac{121}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{363}{10} = 36 + \frac{3}{10}$ przez *Propo:* VI. Podobnie chcąc podzielić $15 + \frac{1}{3}$ przez $12 + \frac{1}{2}$ mam $\frac{46}{3} \times \frac{2}{25} = \frac{92}{75} = 1 + \frac{17}{75}$.

Demonſtracya Podzielić Frakcyą A przez Frakcyą B, ieſt wynaleść Wieloraz C, do ktorego 1 tę powinno mieć proporcyą, iaką ma proporcyą Dzielnik B, do liczby podzielney A, *podług Reguł Dywizyi w Propozycyi* VI. *Rozdziale* I. Lecz że w tym razie, 1 tak ſię ma do Frakcyi C, iak ſię ma Frakcya dzieląca B, do Frakcyi podzielney A, iedno albowiem tak ſię ma do Frakcyi C, iak ſię ma Denominator teyże Frakcyi 3, do ſwego Numeratora przez *Axyoma* III. A Frakcya B, do Frakcyi A, tak ſię ma, iak 3 do 4. Gdyż zredukowawſzy te dwie Frakcye A y B do iednego Denominatora, przez *Propo:* III. maſz Frakcye M, y N, Frakcyom A, y B ze wſzyſtkim rowne, te zaś dla iednako-

wego Denominatora, tę maią do siebie proporcyą, iak 3 do 4. a zatym i tak się ma do Frakcyi C, iak się ma B, do A, przeto Frakcya C, iest Wieloraz Frakcyi A y B, do podzielenia danych.

B. A. C.

$\frac{1}{2}$ od $\frac{2}{3}$ = $\frac{4}{3}$

M. N.

$\frac{3}{6}$ $\frac{4}{6}$ | 1. $\frac{4}{3}$: : 3. 4.

Z poprzedzaiącey Demonstracyi doydziesz łatwo przyczyny, dla ktorey przy Dywizyi liczb łamanych, Wieloraz wypada większy, nad liczbę do podzielenia daną, co się w tenczas przytrafia, kiedy Frakcya dzieląca mnieysza iest nad iedno całkowite. Bo ponieważ Dzielnik tak się ma do liczby podzielney, iak się ma iedno do Wieloraza; zamieniwszy tę Proporcyą, Dzielnik tak się będzie miał do iednego, iak liczba podzielna do Wieloraza. A że Dzielnik iest mnieyszy od iednego całkowitego, zaczym, y liczba podzielna, od Wieloraza mnieysza bydź powinna.

Przestroga. *Gdy przez liczbę całkowitą, przyidzie dzielić daną liczbę całkowitą z przyłączoną Frakcyą* naprzykład 634 + $\frac{2}{3}$ *przez 5, biegli Rachmistrze dzielą naprzod liczbę całkowitą przez liczbę całkowitą, bez względu na przyległą Frakcyą, to iest 634*

przez

przez 5, ażeby znaleźli Wieloraz 126. Reſztę ieżeli iaka od tey Dywizyi pozoſtała, iakie tu ſą 4, redukuią do przyległey Frakcyi $\frac{2}{3}$, *y maią* $4\times\frac{2}{3}=\frac{14}{3}$. *Tę Frakcyą dzielą przez 5 ſpoſobem w trzecim punkcie tey Propozycyi wyrażonym, y maią Wieloraz* $\frac{14}{15}$, *ktory do Wieloraza liczb całkowitych przez znak Addycyi + przydawſzy, maią liczby do podzielenia daney, cały Wieloraz ten.* $126+\frac{14}{15}$

ROZDZIAŁ III.

O wyciąganiu Scian z liczb danych, co ſię u Łacinnikow zowie Extractio Radicum.

Kiedy ſię liczba iaka przez ſiebie ſamę multyplikuie, *naprzykład* 2X2, Produkt 4, zowie ſię Kwadrat, czyli Czworgran, a liczba 2, z ktorey multyplikacyi kwadrat ten wynika, zowie ſię Sciana kwadratowa, *Radix Quadrati*, y znak iey ieſt ten, $\sqrt{}$ albo $\sqrt[2]{}$. Ieżeli zaś kwadrat ow przez tęż ſamę Scianę ſwoię znowu multyplikuie ſię, *naprzykład* 4X2, produkt 8 ztąd wynikaiący, zowie ſię *Cubus*, Sześciogran, czyli koſtka, wzdłuż, w ſzerz, y wgłąb, rowno-boczna, a liczba, przez

ktorą kwadrat iey właſny zmultyplikowawſzy, mam ſześciogran, zowie ſię Sciana Sześciogranna, *Radix Cubica;* y znak iey ieſt ten $\sqrt{}^3$.

A ieżeli tenże ſześciogran 8 przez tęż ſamę ścianę ſwoię, to ieſt przez 2 zmultyplikowany będzie, 8X2 wypadnie inny produkt 16, a ten znowu zmultyplikowawſzy przez 2, 16X2, maſz dalſzy produkt 32, a y te 32 zmultyplikowawſzy znowu przez pierwſzą ścianę 2, 32X2 naſtąpi inny nowy produkt 64.

Te wſzyſtkie produkta, zacząwſzy od wziętey na początku ściany, to ieſt: 2, 4, 8, 16, 32, 64 &c. poſpolicie u Wieku teraznieyſzego Matematykow nazywaią ſię liczby godności, czyli ſtopnie *Dignitates ſeu poteſtates* to ieſt 2, czyli ściana, zowie ſię ſtopień pierwſzy, *Dignitas, vel poteſtas prima.* 4 ſtopień drugi, *Dignitas, vel poteſtas ſecunda,* 8 ſtopień trzeci, *Dignitas, vel poteſtas tertia,* 16 ſtopień czwarty *poteſtas quarta,* 32 ſtopień piąty, *poteſtas quinta,* 64 ſtopień ſzoſty, *poteſtas ſexta* &c. Dawnieyſi zaś Matematycy, biorąc proporcyą od figur Geometrycznych, ſtopień pierwſzy nazywali *Latus,* to ieſt Scianą, ſtopień drugi. *Quadratum,* ſtopień trzeci, *Cubus,* ſtopień czwarty, *Quadrato quadratum,* ſtopień piąty, *Quadrato Cubus* ſzoſty *Cubo Cubus.* Wie-

Wiedzieć nad to potrzeba, że co ſię dotąd mowiło o liczbie 2, toż ſamo rozumieć ſię ma o każdey inney. Każda bowiem liczba obrana bydź może za ścianę *pro Radice* produktow wſzyſtkich, ktore przez ciągnioną multyplikacyą z niey wypadaią, iako to 3, 4, 5, 6, y tak daley, z ktorych podobnymże ſpoſobem, iak ze dwoch, godności, albo ſtopnie liczb, *Poteſtates*, porobione bydź mogą.

Sciany zaś owe obrane, względem ſamych ſiebie, ſą y pierwſzym ſobie ſtopniem, iakośmy wyżey namienili, y ścianami pierwſzego ſtopnia, *primæ Dignitatis, vel poteſtatis* mogą ſię nazywać. Wzięte względem kwadratu, zowią ſię ściany drugiego ſtopnia, *Radices ſecundæ, ſeu ſecundæ poteſtatis; aut Dignitatis* y znak ich ieſt r, albo r^2. Wzięte względem koſtki, zowią ſię ściany trzeciego ſtopnia, *Radices tertiæ Dignitatis, ſeu poteſtatis tertiæ*, a znak ich ieſt r^3. Podobnym ſpoſobem, wzięte względem coraz wyżſzych ſtopniow, nazywaią ſię ściany czwartego, piątego, zoſtego ſtopnia. *Radices, quartæ, quintæ, ſextæ poteſtatis*, ktorych znaki ſą te r^4, r^5, r^6 &c.

Wyciągnąć tedy z liczby daney ścianę, nic innego nie ieſt, tylko wynaleść liczbę taką, ktora przez ſiebie ſamę rozmnożona,

na, liczbę zadaną czyni, albo czworgranową, ieżeli się raz przez siebie samę multyplikuie, albo sześciogranną, ieżeli się przez siebie samę multyplikuie dwa razy, albo dalszego iakowego stopnia, kilka razy przez siebie zmutyplikowana.

Ieżeli liczba zadana, do wyciągnienia z niey ściany kwadratowey, niewynosi więcey nad 100, a sześciogranney, niewynosi więcey nad 1000, ścianę iey czworgranną, lub sześciogranną w następuiącey Tabliczce łatwo znaleść można, gdyby zaś liczba zadana, nie była prawdziwy kwadrat, ni sześciogran, tedy brać się powinna ściana liczby nayblizey przychylaiącey się do liczby zadaney. Tak *naprzykład* chcąc doyść z następuiącey Tabliczki, iaka iest ściana kwadratowa dwudziestu piąciu, szukam w drugiey kolumnie kwadratow, ieżeli tamże zadana liczba 25, specyfikuie się, y znayduię ią punktualnie w piątym rzędzie, y 5 wtymże samym rzędzie w pierwszey kolumnie położone; ktore to 5 są ścianą kwadratową 25, bo 5X5, czynią 25. Chcę wiedzieć *powtore* iaka iest ściana sześciogranna siedmiudziesiąt? Szukam w trzeciey kolumnie sześciogranow, ieżeli tamże liczba 70 mieści się, ktorey że nieznayduię, biorę przeto liczbę nayblizey przy-

chy-

chylaiącą się do niey, to iest 64; y mam ścianę iey sześciogranną 4. Bo 4X4 = 16, znowu 16X4 = 64, Liczba zaś 70 rzetelney Sciany swoiey nie ma, *Radicem rationalem*, albo raczey nie ma Sciany takowey, ktoraby się liczbą wyrazić mogła. Zaczym ścianą liczby, nayblizey do 70 przychylaiącey się, potrzeba się kontentować.

Tablica Czworgranow, y Sześciogranow, aż do 10.

Sciany	Czworgranie	Sześciogranie
1.	1.	1.
2	4	8
3.	9.	27
4	16	64
5.	25.	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

PRO-

PROPOZYCYA I.

Z Liczby daney Scianę Kwadratową wyciągnąć.

Naprzod Liczbę daną zaczynaiąc od prawey ręki, podziel punktami, tak żeby pierwszy punkt leżał pod ostatnią figurą, drugi pod trzecią, trzeci pod piątą, y tak daley zawsze iednę figurę przeskakuiąc, następuiącą znacz punktem, tym sposobem liczbę daną podzielisz na części, z ktorych każda będzie miała w sobie, dwie figury, procz pierwszey części od lewey w ktorey często, iedna tylko figura mieścić się będzie. Ile zaś będzie części w liczbie tym sposobem podzieloney; tyle powinno bydź numerow w ścianie wynalezioney.

Powtore. Wziąwszy pierwszą część od lewey strony liczby daney, szukay iey na Tabliczce czworgraniow, ktorą ieżeli tamże znaydziesz, bierz przypadaiącą iey ścianę, a ieżeli nie; tedy weś ścianę kwadratu naybliżey do tey liczby przychylaiącego się, y napisz ią na mieyscu osobnym za pierwszą część ściany generalney.

Potrzecie

Potrzecie. Scianę tę znalezioną multyplikuy przez ſiebie ſamę, a czworgran z tey multyplikacyi wypadaiący, odciągniy od pierwſzey części liczby daney. Do reſzty ieżeli ſię iaka zoſtała, złoż drugą naſtępuiącą część, dwie figur zawieraiącą z liczby daney; potym ścianę wynalezioną podwoiwſzy, napiſz ią za Dzielnika, tey drugiey części.

Poczwarte. Uważ ile razy Dzielnik z ściany podwoioney zrobiony brać ſię może w tey drugiey części, nie tykaiąc atoli oſtatniey iey figury punktem naznaczoney, a Wieloraz wypadaiący napiſz zaraz, y za drugą część Sciany generalney, y nakońcu Dzielnika.

Popiąte. Przez tę drugą dopiero wynalezioną część Sciany, multyplikuy całego Dzielnika, niepomiiaiąc nawet oſtatniey dopiero tamże przydaney liczby, a produkt odciągniy od całey drugiey części. wziętey wraz z oſtatnią figurą punktem naznaczoną. Do reſzty pozoſtałey złoż naſtępuiącą trzecią część liczby daney, także we dwoch figurach zawartą, ktorą znowu, nietykaiąc oſtatniey figury punktem naznaczoney, przez całą Scianę podwoioną dywiduy, a Wieloraz tak za trzecią część Sciany, iako, y nakońcu nowego Dzielnika napiſz, toż przez tę trzecią

część

część Sciany, Dzielnika całego wraz z przydaną liczbą zmultyplikowawszy, produkt odciągniy od całey trzeciey części liczby daney sposobem wyżey wyrażonym. A złożywszy następuiącą czwartą część liczby daney do pozostałey reszty, czyń we wszystkim tak, iako się o drugiey, y trzeciey części powiedziało, aż doydziesz do ostatniey części, z ktorey ieżeli się po ostatnim odciągnieniu nic niezostaie, znak iest, że liczba dana prawdziwy iest Czworgran, ieżeli się zaś zostaie, znać że liczba dana Kwadratowa nie iest, ani może mieć rzetelney Sciany swoiey, *Radicem rationalem*, to iest znać że nie może mieć takiey Sciany, ktoraby się liczbą wyrazić mogła. Wynaleziona zaś liczba, iest Scianą Kwadratu, nayblizey do daney liczby przychylaiącego się.

Ieżeli Sciana podwoiona, w części odciętey od liczby daney, y do reszty przyłożoney brać się nie może, tedy rownie iak w Dywizyi, do Sciany dodaie się cyfra, a znowu następuiąca część z liczby daney składa się, kiedy to bydź może &c. Także Sciana przez Dywizyą wynaleziona pomnieysza się iednym, *hoc est unitate*, gdy Produkt z multyplikacyi Sciany przez Dzielnika, y przydaną liczbę wypadaiący, będzie większy nad liczbę, od ktorey ma

bydź

bydź odciągniony, co proszę dobrze pomnieć. Lecz ukażmy iuż w przykładzie podanych Reguł praktykę. Niechay tedy będzie dana liczba 186624, z ktorey Scianę Kwadratową, następuiącym sposobem wyciągam.

	Liczba dana	*Sciana*
	186624	432
	. . .	
Dzielnik drugiey części.	16	
83	-266	
Dzielnik trzeciey części.	249	
862	-1724	
	1724	

Powiedziało się iuż wyżey, że z liczby daney Scianę Kwadratową wyciągnąć, nic innego nię iest, tylko wynaleść taką liczbę, z ktorey przez siebie samę zmultyplikowaney, Produkt wyniść powinien rowny liczbie daney, żeby tedy w liczbie zadaney Scianę takową znaleść, *Naprzod* daną liczbę 186624, wzwyż wyrażonym dzieląc sposobem, kładę pierwszy punkt pod 4, od prawey ręki, drugi pod 6, trzeci pod 8, a że tym sposobem liczbę daną.

daną, na trzy podzieliłem części, dorozumiewam się, że y w Scianie z niey wyciągnioney, trzy figury zamykać się powinny. *Powtore.* Biorę 18 pierwszą część liczby daney, ktorey, że w Tablicy Czworgraniow nieznayduię, biorę 16 naybliżey przychylaiące się do 18, a przy nich położoną Scianę 4, piszę za pierwszą część Sciany generalney. *Potrzecie.* Z tych 4 pierwszey części Sciany generalney robię Kwadrat, to iest 4X4 = 16, a Produkt 16 odciągam od 18, pierwszey części liczby daney. *Poczwarte.* Do 2, ktore się po tym odciągnieniu zostaią, składam następuiącą drugą część liczby daney, to iest 66, y mam 266, toż podwoiwszy wynalezioną Scianę 4, to iest 2X4 = 8, kładę ią za Dzielnika tey drugiey części, y uważam ile razy 8 mieści się w 26, (nie tykam ostatnich 6, punktem naznaczonych) a Wieloraz 3, kładę y za drugą część Sciany, y przydaię go oraz na końcu Dzielnika 8. *Popiąte.* Przez tę część Sciany dopiero wynalezioną, to iest przez 3, multyplikuię całego z przydatkiem Dzielnika 83, a Produkt z tey multyplikacyi wynikaiący 249, odciągam od całey drugiey części liczby daney, to iest od 266. *Poszoste.* Do 17 od tego odciągnienia pozosta-

stałych, składam następuiącą ostatnią część liczby daney 24, y mam 1724, a podwoiwszy całą wynalezioną Scianę 43X2, produkt 86, piszę za Dzielnika tey trzeciey części y uważam ile razy 86, brać mogę w 172, (bo y tu 4 punktem naznaczonych nic nie tykam) a Wieloraz 2, piszę oraz y za trzecią część Sciany, y za ostatnią figurę Dzielnika. Toż przez te 2 ostatnią część Wieloraza, zmultypliko- wawszy całego Dzielnika 862, Produkt ztąd wypadaiący 1724, odciągam od ostatniey części liczby daney, po ktorym odciągnieniu że się nic nieżostaie, znak iest, że liczba dana prawdziwie iest Kwadratowa, y Scianą iey rzetelną są: 432, ktorą to Scianę na dowod tego przez siebie samę zmultyplikowawszy, to iest: 432X432, za Produkt koniecznie wypaść ci powinna liczba, daney liczbie 186624 ze wszystkim rowna; Inaczey znakby był omyłki w wyciąganiu Sciany popełnioney.

Przy-

Przykład 2gi. Woyſka Dywizyą z 10404 ludzi ſkładaiącą ſię, w niebeſpieczeńſtwie chcąc w Kwadrat uſzykować, pytam ile na każdy bok ma ich ſtanąć, y wiele będzie wſzyſtkich ſzeregow?

	Liczba dana	*Sciana*
	10404	102
	. . .	
	1	
202	0404	
	. .	
	404	
	. . .	

W tym Przykładzie, że 2 Dzielnika z pierwſzey Sciany podwoioney, niemogę brać w drugiey części liczby daney gdym ią złożył, ktora tu ieſt Cyfra, z tey przyczyny za drugą część Sciany piſzę 0, a do tey drugiey części złożywſzy trzecią część liczby daney, mam 404, ktore przez Scianę podwoioną 20, podanym ſpoſobem podzieliwſzy, mam całą Scianę liczby daney 102, ktora Sciana wyraża ile w każdym Szeregu Ludzi ſtanąć powinno, a oraz pokazuie mi, że tyleż wſzyſtkich ſzeregow będzie.

Przy-

Przykład 3ci. Wyciągam Scianę Kwadratową z daney naſtępuiącey liczby.

```
            Liczba dana | Sciana
              6012304   | 2452
              . . . .   |
                4
             -----
      44  |  201
          |   .
          |  176
          -------
     485  |  -2523
          |     .
          |   2425
          --------
    4902  | --9804
          |     .
          |   9804
          --------
           - - - .
```

W tym przykładzie, przy Dywizyi drugiey części, 4 w 20, mogę brać pięć razy; lecz że Produkt z multyplikacyi całego Dzielnika, przez Scianę 5 wypadaiący, więkſzy ieſt nad drugą część liczby daney 201, od ktorey mam odciągać, z tey przyczyny Wieloraz zmnieyſzam iednym *unitate*, y za drugą figurę Sciany kładę tylko 4, iako ſię w oſtatnim Punkcie przed Przykładem pierwſzym powiedziało.

Przy-

Przykład czwarty.

Liczba dana	*Sciana*
12502	$111\frac{181}{221}$.

```
      1 2 5 0 2
      .  .  .
      1
   ------
 21 | -25
    |   .
    |  21
   ------
221 | -402
    |   .
    |  221
   ------
     181.
```

Przeſtroga I. *Jeżeli liczba dana nie ieſt Kwadratowa, tedy reſzta od oſtatniego odciągnienia pozoſtała, iaka ieſt w poprzedzaiącym czwartym Przykładzie 181, idzie na liczbę łamaną, w ktorey reſzta pozoſtała, kładzie ſię za Licznika, a za Mianownika Sciana wynaleziona wzięta dwa razy. Ale kiedy reſzta pozoſtała będzie większa nad Scianę wynalezioną, w tenczas Scianie podwoioney maiącey bydź Mianownikiem, dodaie ſię ieſzcze iedno,* unitas. *Tak w poprzedzaiącym Przykładzie, że reſzta 181, większa ieſt nad Scianę znalezioną 111, zaczym podwoiwſzy też Scianę 111X2, do produktu 222 dodaie ſię ieſzcze 1, a zatym Frakcya Scianie wynalezioney przyległa powinna*

winna bydź ta $\frac{181}{223}$; *a to dla tego, że Kwadrat większy, mnieyszego, po ktorym zaraz następuie, przewyższa Scianą podwoioną tegoż mnieyszego Kwadratu, przydawszy* 1. *Tak* naprzykład 16 *od* 9, *to iest Kwadrat większy od mnieyszego nayblizszego rożni się, tą przewyszką* 3 + 3 + 1 = 7, *czyli iako się rzekło Scianą Kwadratu mnieyszego podwoioną z dodatkiem iednego, albo* unitatis.

Przestroga II. *Zadna liczba nie będzie Kwadratowa, w ktorey ostatnia figura po prawey stronie będzie* 2, *lub* 3, *lub* 7, *lub* 8, *albo Cyfra iedna, ale potrzeba koniecznie ażeby była iedna z następuiących* 1, 4, 5, 6, 9, 00, *z ktorych składaią się liczby proste Kwadratowe.*

Przestroga III. *Wyciąganie Sciany Kwadratowey nic innego nie iest, tylko rodzay iakiś Dywizyi, z tą tylko rożnicą, że w Dywizyi pospolitey Dzielnikiem iest liczba dana, tu zaś Dzielnika szukać potrzeba, a ieszcze na każdą część liczby daney innego, ktorego z Sciany wynalezioney dochodziemy. Z tey przyczyny multyplikuiąc Scianę przez siebie samę, iako* np. *w ostatnim Przykładzie* 111X111, *a do Produktu* 12321 *przydawszy, tak iak w Dywizyi, resztę od ostatniego odciągnienia z liczby daney pozostałą* 181, *Produkt generalny wypada mi* 12502, *rowny zupełnie liczbie daney. Y ten iest*

ſczegulny ſpoſob na doświadczenie dobrze wyciągnioney Sciany, multyplikuiąc Scianę, przez ſiebie ſamę, y reſztę, ieżeli ſię iaka zoſtała, do Produktu przyłączaiąc.

PROPOZYCYA II.

Scianę Czworgranową wyciągnąć z Liczby nie Kwadratowey przez naybliżſze przychylenie ſię do rzetelney iey Sciany per Approximationem.

Po wyciągnieniu Sciany Kwadratowey, ieżeli ſię co zoſtaie, znak ieſt że liczba dana nie ieſt prawdziwie Czworgranna, y Sciany rzetelney, ktoraby ſię liczbą całkowitą mogła wyrazić, niema. A lubo prawdziwey, y rzetelney w takiey liczbie doyść Sciany, rzecz wcale ieſt niepodobna, można iednak przez zażycie Frakcyi dzieſiątkowych, (o ktorych będzie niżey) do Sciany owey coraz bliżey a bliżey przychylić ſię, tak, że przewyſzka, lub brak od rzetelney Sciany, bardzo nieznaczny będzie. Co naſtępuiącym dzieie ſię ſpoſobem.

Naprzod. Do liczby, ktora ſię po wyciągnieniu Sciany generalney od oſtatniego odciągnienia zoſtaie, doday tyle par Cyfer, ile ci ſię podobać będzie, to ieſt oo, lub oooo, lub oooooo, lub więcey, a liczby pozoſtałey nietykaiąc, dodane Cyfry podziel

dziel punktami na części, tak, iak się rzekło *w poprzedzaiącey Propozycyi*, toż po dwoy wynalezioną iuż całą Scianę, y produkt położ za Dzielnika liczby składaiącey się z liczb pozostałych. z pierwszą częścią cyfer dodanych. *Powtore*. Uważay ile razy Dzielnik ow, w tey pierwszey części mieści się, nietykaiąc y tu, ostatniey figury kropką naznaczoney, a Wieloraz napisz y za następuiącą część Sciany, y za ostatnią figurę Dzielnika. Toż zmultyplikowawszy całego Dzielnika, przez tę ostatnią część Sciany, dopiero wynalezioną, produkt odciągniy od tey części reszty pozostałey z Cyframi, ktorąś dzielił. *Potrzecie*. Do reszty po tym odciągnieniu pozostałey, złoż następuiącą część liczby, z reszty, y z dodanych Cyfer złożoney; toż podwoiwszy całą Scianę, masz z niey Dzielnika nowego, przez ktorego złożoną część podzieliwszy, czyń daley tak, iako się w *poprzedzaiącey Propozycyi* powiedziało.

Doszedłszy do końca Operacyi to co się po ostatnim odciągnieniu zostaie, zaniechać potrzeba; a od końca całey Sciany odciąwszy tyle figur, ileś par Cyfer na początku był przydał, liczby potym odcięciu z lewey strony będące, są Scianą rzetelną liczby daney, ktora się w liczbach

Całkowitych wyrazić może, a liczby z prawey ſtrony po odcięciu pozoſtałe, ſą przydatkiem do teyże Sciany, ktory tylko liczbą łamaną wyrazić można; ktorey to liczby łamaney Numeratorem będą liczby, od końca z prawey ſtrony odcięte, a Denominatorem iedno 1, z przydanemi do ſiebie tylu Cyframi, ile par Cyfer, na początku do reſzty dodanych było. Lecz ukażmy, to w przykładzie oſtatnim z Propozycyi poprzedzaiącey, w ktorym dana była liczba 12502, do wyciągnienia z niey Sciany Kwadratowey.

	Liczba dana	Sciana
	12502	$111\frac{812}{1000}$
	1	
21	- 25	
	21	
221	- 402	
	221	
2228	18100,00,00	
	17824	
22361	- - 27600	
	22361	
223622	523900	
	447244	
	- 76656	

Z tey

Z tey liczby po wyciągnieniu Sciany 111, zostaie się od ostatniego odciągnienia 181. Do tey reszty dodaię trzy pary Cyfer, y mam 1810000 a przez Produkt Sciany podwoioney, to iest przez 222 dzieląc pierwszą część liczby daney, to iest 18100 mam Wieloraz 8, ktore kładę za czwartą część Sciany, y za ostatnią część Dzielnika, multyplikuię potym przez ostatnią część Sciany całego Dzielnika, a produkt odciągnąwszy od liczby, ktorą dopiero dzieliłem, do reszty składam następuiącą drugą parę Cyfer, y dzielę ią znowu przez całą Scianę podwoioną, y tak daley. Aż nakoniec skończywszy Operacyą, resztę po ostatnim odciągnieniu pozostałą, to iest 76656 zaniechawszy, od końca całey Sciany wynaleziońey 111812, odcinam trzy figury, dla tego, że do reszty od końca pierwszey Operacyi pozostałey, trzy pary Cyfer dodałem. Tym sposobem mam daney liczby Scianę w liczbach Całkowitych 111, a w liczbie łamaney $\frac{812}{1000}$, wziąwszy za Denominatora liczbie od końca odciętey, iedno z trzema Cyframi, dla trzech par Cyfer przydanych, iako się wyżey powiedziało.

Przykład drugi. Chcąc wymiarkować obwod Kwadratowy placu, 12 łokci Kwadra-

dratowych w płaſzczyznie ſwoiey zamykaiącego, pytam ile łokci każdy bok mieć powinien?

12	3	$\frac{464}{1000}$
9		
64	300,0000	
	256	
686	-4400	
	4116	
6924	--28400	
	27696	
	--704	

W tym Przykładzie do 3 pozoſtałych przydawſzy trzy pary Cyfer, y wyciągnąwſzy z nich ſpoſobem wyżey podanym Scianę Czworgranową, wypada mi nakoniec 3$\frac{464}{1000}$ to ieſt: że daney płaſzczyżnie wymierzywſzy na każdy bok łokci trzy, y 464 części czwartey, łokcia na tyſiąc części podzielonego, co około pułłokcia czyni, będę miał całey płaſzczyzny łokci Kwadratowych 12, lubo nie ſpełna, dla 704 po oſtatnim odciągnieniu zarzuconych. Ztym wſzyſtkim Sciana ta, daleko bliżſzą ieſt Scianą daney liczby 12, niżeli Sciana 3 po ordynaryinym wyciągnieniu Sciany wynaleziona.

Prze-

Przestroga I. *Ztąd pokazuie się, że im więcey par Cyfer do reszty na początku pozostałey przydasz, tym bliżey wyciągnioną z nich Scianą, do Sciany liczby zadaney przychylać się będziesz, acz nigdy Sciany prawdziwey niewynaydziesz. Ale defekt y brak ow od Sciany rzetelney bardzo nieznaczny będzie.*

Przestroga II. *Jeżeli liczbie, z ktorey Scianę Kwadratową mam wyciągnąć, Frakcya iest przyległa, Frakcyą do Denominatora 100 zredukowawszy, liczbę owę całkowitą do niey przyłączyć powinienem, potym zaś tak z Numeratora iako, y z Denominatora osobno Scianę Kwadratową wyciągnąć, a to tym sposobem.* Naprzykład *chcąc wyciągnąć Scianę Kwadratową z* 6 + $\frac{1}{4}$. *Naprzod liczbę Całkowitą 6, redukuię do Frakcyi przyległey* $\frac{1}{4}$ *przez* Propozycyą VI. Rozd: II. *y mam* $\frac{25}{4}$; *Toż tę ostatnią Frakcyą redukuiąc do Denominatora 100,* przez Prop: VI. tegoż Rozdziału *mam Frakcyą nową* $\frac{625}{100}$. *Nakoniec tak z Numeratora iako, y z Denominatora tey Frakcyi wyciągnąwszy osobno Scianę Kwadratową, wychodzi mi* $\frac{25}{10}$ = 2 + $\frac{5}{10}$.

Przestroga III. *A ieżeli Denominator Frakcyi liczbie całkowitey przyległey, będzie Czworgran doskonały, w tenczas zredukowawszy liczbę Całkowitą do Frakcyi przyległey, można zaraz Scianę Kwadratową z Numeratora, y Denominatora owey Frakcyi*

wy-

wyciągnąć, nie redukuiąc iey do nowego Denominatora 100. Tąk w poprzedzaiącym Przykładzie $6 + \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$ *wyciągnąwſzy oſobno Scianę Kwadratową tak z Numeratora 25, iako y z Denominatora 4 maſz,* $\frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$, *tak, iako y pierwey. Zkąd uczemy ſię ſpoſobu na wyciąganie Scian Kwadratowych z ſamych nawet liczb łamanych, w ktorych numery za Licznika, y Mianownika położone, ſą Kwadratowe.*

Przeſtroga VI. *Gdy zaś Denominator Frakcyi, z ktorey Scianę Kwadratową mam wyciągnąć, nie będzie Czworgranowy, iako* np. *w daney Frakcyi* $\frac{4}{7}$, *tedy zmultyplikowawſzy Numeratora przez Denominatora* 4×7, *z Produktu 28 wyciąga ſię Sciana Kwadratowa, ktorey wynaleziony, zaniechawſzy reſzty, kładzie ſię za Denominatora, tenże sam Denominator 7. Daney tedy Frakcyi Sciana Kwadratowa ieſt* $\frac{5}{7}$. *Dzieie ſię to przez ſkrocenie, gdyż naprzod daney Frakcyi* $\frac{4}{7}$ *tak Numeratora iako, y Denominatora zmultyplikowawſzy przez 7, miałbyś inną Frakcyą* $\frac{28}{49}$, *pierwſzey we wſzyſtkim rowną przez* Axyoma III, Rozdz: II. *Potym z tey Frakcyi* $\frac{28}{49}$ *wyciągnąwſzy Scianę Kwadratową, miałbyś naſtępuiącą* $\frac{5}{7}$ *tęż ſamę, ktora y przedtym wynaleziona była; ponieważ bowiem rownych Frakcyi rowne powinny bydź Sciany, zaczym ktoregokolwiek ſpoſobu zażyieſz, zawſze* $\sqrt{\frac{28}{49}} = \frac{5}{7}$.

Przeſtroga V. *Frakcya nie w Kwadratowych terminach wyrażona może bydź zredukowana na nie, przez Multyplikacyą, lub Dywizyą. Tak* $\frac{12}{27}$ *podzieliwſzy przez 3, maſz* $\frac{4}{9}$ przez Axyoma III, *a Scianę z tey Frakcyi wyciągnioną* $\frac{2}{3}$. *Podobnież* $\frac{2}{8}$ *multyplikuiąc przez 2 maſz* $\frac{4}{16}$ przez toż Axyoma, *a Scianę z tey Frakcyi wyciągnioną* $\frac{2}{4}$.

PROPOZYCYA III.

Z daney Liczby Scianę Sześciogranną wyciągnąć. Radicem Cubicam.

O Sześciogranie, czyli Koſtce, iuż wyżey mowiliśmy, że ſię ſtaie z Kwadratu przez Scianę ſwoię zmultyplikowanego. Wyciągnąć tedy z liczby daney Scianę Sześciogranową, ieſt wynaleść liczbę taką, ktorą przez ſiebie ſamę, y przez Kwadrat ztąd wypadaiący zmultyplikowawſzy, będziemy mieć Sześciogran, czyli Koſtkę, wſzerz, wzdłuż, y wgłąb rownoboczną.

Do wyciągnienia Sciany Sześciogranowey, *naprzod* daną liczbę podziel na części, zaczynaiąc od prawey ręki, tak żeby

w ka-

w każdey części zamykały ſię trzy ſigury, procz pierwſzey od lewey ręki, ktora czaſem dwie, a czaſem iednę tylko figurę w ſobie mieć będzie. Tym ſpoſobem podzieliwſzy daną liczbę, ile w niey będzie części, tyle będzie figur w Scianie z całey liczby wyciągnioney.

Powtore. Na Tabliczce Sześciogranow przed *Propo:* I. położoney ſzukay Sciany Sześciogranney pierwſzey części liczby daney, ktorey ieżeli nieznaydzieſz, bierz Scianę Sześciogranu naybliżey do niey przychylaiącego ſię, y napiſz ią na oſobnym mieyſcu, za pierwſzą część Sciany generalney.

Potrzecie. Z tey Sciany wynalezioney uczyń Sześciogran, y odciągniy go od pierwſzey części liczby daney.

Poczwarte. Do reſzty, ieżeli iaka po tym odciągnieniu zoſtanie ſię, złoż iednę tylko naſtępuiącą figurę z drugiey części liczby daney, a z Sciany iuż wynalezioney zrobiwſzy Kwadrat. wezmiy go, trzykroć, albo iak mowią tryplikuy go multyplikuiąc przez 3, Produkt ztąd wypadaiący będzie Dzielnikiem drugiey części, ktory uważay ile razy w niey mieści ſię, a Wieloraz napiſz za drugą figurę Sciany.

Popiąte. Z całey wynalezioney iuż Sciany zrobiwszy Sześciogran, odciągniy go razem od obu części iuż wziętych z liczby daney żadnego numeru, niepomiiaiąc.

Poszoste. Do reszty, ieżeli iaka potym odciągnieniu pozostanie, przyday znowu iednę figurę z następuiącey trzeciey części liczby daney, a z całey wynalezioney iuż Sciany Kwadrat zrobiony, y tryplikowany, czyli trzykroć wzięty, będzie znowu nowym tey trzeciey części Dzielnikiem, ktory uważay, ile razy w niey brać się może, a Wieloraz to wskazuiący połoź za trzecią część Sciany. Toż z całey Sciany zrobiwszy Sześciogran, odciągniy go znowu od wszystkich razem trzech części liczby daney. Tym sposobem do ostatniey części doszedłszy, nakoniec z całey Sciany zrob Sześciogran, y odciągniy go od całey liczby daney.

Ieżeli od ostatniego odciągnienia nic się niezostanie, znak iest że liczba dana Sześciogranną iest zupełnie, y Sciana wynaleziona iest iey własna; inaczey, liczba dana Sześciogranna nie iest, y Sciana wynaleziona na ów czas nie iest Scianą liczby

daney,

daney, ale tylko naywiękſzego Sześciogranu w liczbie owey zawieraiącego ſię, ktora liczbą całkowitą wyrazić ſię może.

Przykład pierwſzy. Szukam Sciany Sześciogranney w naſtępuiącey daney liczbie.

Liczba dana	*Sciana Sześciogranna.*
12,167	23
8	23

12 | 41   69
        46

529 Kwadrat z wynalezioney Sciany.
23

1587
1058

12167 Sześciogran z wynalez'oney Sciany, rowny we wſzyſtkim Liczbie daney.

Przy-

Przykład drugi. Dana iest liczba 11390625, ktorey Sciany Sześciogranowey mam szukać?

	Liczba dana	*Sciana Sześciogranna.*	
	11,390,625	225.	
Dzielnik drugiey części.	8	225	
12	33	1125	
	11390,	450	
	10648	450	
Dzielnik trzeciey części. 1452	--7426	50625	Kwadrat z całey Sciany.
		225	
		253125	
	11,390 625	101250	
	11 390 625	101250	
	--------	11390625	Sześciogran z całey Sciany.

W tym Przykładzie podzieliwszy *naprzod* daną liczbę podług nauki wzwyż podaney, mam w niey trzy części, y to mi iest znakiem, że Sciana Sześciogranna wynaleziona, będzie się składać z trzech figur.

Powtore. Szukam na Tabliczce Sześciogranow Sciany 11, pierwszey części liczby daney, ktorey tamże nieznalazłszy, biorę 2 Scianę 8, Sześciogranu naybliżey

do

do pierwſzey części przychylaiącego ſię. y kładę te 2, na oſobnym mieyſcu, za pierwſzą figurę Sciany.

Potrzecie. Z tych 2, wynalezioney Sciany robię Sześciogran 8, y odciągam go od 11, pierwſzey części liczby daney.

Poczwarte. Do reſzty, ktore tu ſą 3 ſkładam 3, iednę tylko naſtępuiącą z drugiey części liczby daney figurę, a tak mam 33. Toż z wynalezioney iuż Sciany 2, zrobiwſzy Kwadrat 4, tryplikuię go, to ieſt trzykroć biorę, y mam 12. te zaś dwanaście ſą Dzielnikiem trzydzieſtu trzech, drugiey części liczby daney, ktore 12 że w 33, mieſzczą ſię dwa razy, zaczym Wieloraz 2, piſzę za drugą figurę Scianie Sześciogranney, ktorey ſzukam.

Popiąte. Z 22, to ieſt z całey Sciany wynalezioney czynię na oſobney kartce Sześciogran 10648, y odciągam go od całych dwoch pierwſzych części, ktorych Scianę iuż znalazłem.

Poſzoſte. Do reſzty 742, ktora ſię po tym odciągnieniu zoſtaie, ſkładam z trzeciey. y oſtatniey części liczby daney naſtępuiącą iednę figurę 6, y mam 7426, a z 22, to ieſt z całey Sciany wynalezioney Kwadrat zrobiwſzy 484, y tryplikowawſzy go, mam 1452, co ieſt Dzielnikiem trzeciey części liczby daney, to ieſt 7426, w kto-

w ktorych że 1452, mieszczą się pięć razy, zaczym Wieloraz 5 piszę za trzecią figurę Scianie wynalezioney, y mam całą Scianę liczby daney 225. Z ktorey Sciany zrobiwszy Sześciogran 11390625, odciągam go od całey liczby daney; Po ktorym odciągnieniu, że się nic niezostaie, znak iest że liczba dana 11390625, iest prawdziwie Sześciogranną, a Sciana iey rzetelna iest 225.

Przestroga I. *Sposob ten na wyciąganie Scian Sześciogrannych z liczb danych iest nayłatwieyszy podany od Newtona w Arytmetyce Jego Uniwersalney, y w trzech Regułach cały zamyka się. I. Do reszty ktora się zostaie po odciągnieniu Sześciogranu od podzielonych iuż części liczby daney, iedna tylko z następuiącey części liczby daney przydaie się figura. II. Tę resztę wziętą wraz z przydaną na końcu iey liczbą, podzieliwszy przez Kwadrat tryplikowany wynalezioney iuż Sciany, Wieloraz daie następuiącą figurę Sciany, z drugiey części wyciągnioną, y tak daley. III. Z liczb Sciannych (ilekolwiek ich będzie) zrobiony Sześciogran, odciąga się od tylu pierwszych części liczby daney, ile iest liczb, czyli figur w Scianie iuż znalezioney, ktore trzy Reguły w przytoczonych iuż Przykładach, dosyć widocznie zażyte były.*

Prze-

Przeſtroga II. *Jeżeli po wyciągnieniu Sciany Sześciogranney cokolwiek ſię zoſtaie, znak ieſt, iako ſię rzekło, że liczba dana Sześciogranna nic ieſt, y iey cała Sciana liczbą całkowitą wyrazić ſię nie może. Zaczym reſzta pozoſtała wyrażać ſię powinna Frakcyą, ktorey Numeratorem będzie taż sama liczba pozoſtała, a Denominatorem Przewyſzka zmnieyſzona iednym*, Differentia imminuta unitate, *ktora zachodzi między Sześciogranem Sciany wynalezioney, y Sześciogranem większym naybliżſzym. Tak wyciągnąwſzy Scianę Sześciogranną z 46, mam Scianę 3, a reſzta pozoſtała 19 będzie Licznikiem przyległey Frakcyi, Denominatorem zaś* $37 - 1 = 36$. *Cała tedy wynaleziona Sciana będzie* $\sqrt[3]{36} = 3 + \frac{19}{36}$. *Potrzeba albowiem wiedzieć, że Sześciogran większy* np. *64, przewyżſza Sześciogran naybliżey mnieyſzy od ſiebie 27, Scianą 3 Sześciogranu mnieyſzego tryplikowaną, y multyplikowaną przez Scianę Sześciogranu większego, z przydatkiem do Produktu iednego 1, to ieſt* $64 - 27 = 9 \times 4 + 1 = 37$.

Przeſtroga III. *Jeżeli z liczby ktora nie ieſt Sześciogranną chceſz wyciągnąć Scianę, przez naybliżſze do prawdziwey iey Sciany przychylenie ſię, tak iako ſię* w Propozy: II. tegoż Rozdziału *o Scianie Kwadratowey mowiło; do reſzty od oſtatniego odciągnienia pozoſtałey doday tyle, ile chceſz Cyfer potroy-*

troynych, to ieſt ooo, lub ooo, ooo, lub ooo ooo ooo, y ciągniy z nich daley Scianę ſposobem wyżey podanym. Potym zaniechawſzy zoſtaiącą ſię po oſtatnim odciągnieniu reſztę; od Sciany wynalezioney odetniy z prawey ręki tyle figur, ileś Cyfer potroynych przydał, y podłoż im za Mianownika iedno, 1, z tylu Cyframi, ile potroynych Cyfer przydanych było, a Frakcyą ztąd wynikaiącą przez znak Addycyi + przyday do Sciany w liczbach całkowitych wyrażoney, tak właśnie, iako ſię w Propozycyi II *mowiło o wyciąganiu Scian Kwadratowych z liczb danych przez naybliżſze przychylenie ſię do rzetelney, albo raczey wyraźney ich Sciany.*

Przeſtroga IV. *Z tym wſzyſtkim tak Sześciogranne, iako też y inne wyżſzych ſtopniow Sciany daleko łatwiey przez Algebrę wynalezione bywaią, zwłaſzcza przez generalne Reguły od Newtona podane. Z tey przyczyny kto chce w Rachunkach tego rodzaiu z gruntu ſię wydoſkonalić, do tamtych żrzodeł niech ſię uda.*

Na doświadczenie Sciany Sześciogranney dobrze wyciągnioney, multyplikuy trzy razy przez ſiebie wynalezioną Scianę, a do Produktu dodawſzy reſztę od oſtatniego odciągnienia pozoſtałą, Summa rowna liczbie daney wynikrąć ci powinna.

PROPOZYCYA IV.

Zamykaiąca w sobie kilka Zadaniow, ktorym zadosyć uczynić można przez wyciągnienie Sciany Czworgranney, lub Sześciogranney.

ZADANIE I. Generał maiący bitnych Zołnierzy 1369, chce ich do batalii w Kwadrat uszykować, pytam ile ich w każdym szeregu postawi, tudzież wiele szeregow będzie?

Wyciągnąwszy z daney liczby 1369 Scianę Kwadratową masz 37, to iest masz liczbę żołnierzy, ile ich w każdym szeregu stanie, y tyleż szeregow będzie.

ZADANIE II. Z Lip 625 chcąc Ogrod Kwadratowy zasadzić, pytam ile ich w każdym rzędzie mam mieścić?

Sciana Kwadratowa 25 z daney liczby 625 wyciągniona, wskazuie, ile na każdy rząd Lip wynidzie.

ZADANIE III. Jest Basztа wysoka na łokci 24 obwiedziona fossą szeroką na łokci 9, chcąc wystawić drabinę ktoraby do kopuły Baszty owey z dalszego brzegu dosięgła, pytam na wiele łokci długa bydź powinna?

Zrob *naprzod* z wyſokośći Baſzty łokci 24 Kwadrat = 576, a drugi z obſzerności foſſy łokci 9 = 81. *Powtore*. Te dwa Kwadraty dodawſzy z ſobą 576+81, z Summy 657 wyciągniy Scianę Kwadratową, ktora ci pokaże że drabina owa powinna bydź długa na łokci $25+\frac{32}{51}$.

ZADANIE IV. Z danych 3375 cioſanych Kwadratowych kamieni chcąc ſtawiać Sześciogranny poſtument do Statuy, pytam ile na każdym boku wſzerz, wgłąb, y wzdłuż kamieni kłaść potrzeba będzie?

Wyciągniy Scianę Sześciogranną z 3375, a będzieſz miał 15, ile na każdy bok cioſanych Kwadratowych kamieni potrzeba.

ZADANIE V. Z Dyametru kuli żelazney, kamienney, lub ołowianey, ważącey funt ieden, doyść, iaki powinien bydź Dyameter kuli dwufuntowey, trzechfuntowey &c. z tegoż ſamego materyału?

Daymy że Dyameter kuli funtowey dzieli ſię na części 10. Zrob z tych 10 Sześciogran 1000, a zmultyplikowawſzy go przez dwa, 1000X2, z produktu 2000 wyciągniy Scianę Sześciogranną, ta pokaże ci ile, takowychże części Dyameter kuli dwuch funtowey zamykać w ſobie powinien. Toż czyń ſzukaiąc Dyametru kuli trzech funtowey, czterech funtowey,

piąciu funtowey. Zmultyplikowawſzy albowiem Sześciogran 1000, przez 3, 4, 5, Sciany Sześciogranne z produktow wyciągnione, pokażą ci Dyameter na kulę od trzech, czterech, y piąciu funtow.

ZADANIE VI. Gdy ſtraſzna zaraza puſtoſzyła Ateny, Obywatele tameczni pytali Apollina, iakimby ſpoſobem to złe od ſiebie oddalić mogli? Odpowiedział Apollo, że w tenczas powietrze uſtanie, gdy Ateńczykowie Ołtarz iego, ktory był Sześciogranny we dwoie powiękſzą. Ztąd wſzczęła ſię ſławna kweſtya o podwoieniu Sześciogranu.

Daymy że Sciana owego Sześciogrannego Ołtarza miała w ſobie ſtop Geometrycznych 12, zrob z tey Sciany Kwadrat 144, y multyplikuy go przez 24 Scianę podwoioną; a z produktu 3456 wyięta, Sciana Sześciogranna pokaże, że Ołtarza owego podwoionego, bok ieden powinien był mieć ſtop Geometrycznych $15 + \frac{81}{720} = \frac{9}{80}$.

Te, y tym podobne Przykłady pokazuią iawnie, iak potrzebna ieſt wiadomość Reguł o wyciąganiu Scian podanych, ktorych praktyka w całey Matematyce nieſkończenie ieſt użyteczna.

RO-

ROZDZIAŁ IV.

O Regułach wyżſzey Arytmetyki.

Reguł wyżſzey Arytmetyki poſpolicie liczą cztery. Pierwſza ieſt Reguła Proporcyi *Regula Proportionum*. Druga Reguła Towarzyſtwa, czyli ſpołki, *Regula Societatis*. Trzecia Reguła Wiązania, *Alligationis*. Czwarta Reguła Domniemania, czyli Fałſzywego założenia, *Regula Poſitionis, vel Falſi*. Pierwſza z wyrażonych Reguł ieſt nayprzednieyſza, gdyż na niey inne gruntuią ſię. Zaczym do zupełnego iey zrozumienia za rzecz potrzebną oſądziłem, o liczbach porporcyonalnych, y właſnościach ich nieco wprzod pomowić.

Definicye, czyli Opiſania gruntowne.

I. Proporcya, *Ratio, ſive proportio*, ieſt to dwoch tegoż ſamego gatunku rzeczy wzaiemny iakiś między ſobą wzgląd, y porownanie co do ich wielkości. Tak 12 porownywaiąc ze 4 widzę że liczba 12,

liczbę 4, trzy razy w sobie zamyka, a zatym między 12, y 4 zachodzi proporcya trzykrotney wielkości, *tripli*, pierwszy termin zowie się poprzedzaiący *Antecedens*. Drugi następuiący *Consequens*.

II. Dwie Proporcye, zowią się podobne, też same, albo rowne, (co wszystko iedno znaczy) gdy pierwszey proporcyi termin poprzedzaiący, tyleż razy mieści w sobie termin swoy następuiący, ile razy termin poprzedzaiący drugiey proporcyi, zamyka w sobie swoy termin następuiący, y wzaiemnie, gdy termin poprzedzaiący iedney proporcyi tyle razy mieści się w swoim terminie następuiącym, ile razy w drugiey proporcyi termin poprzedzaiący w następuiącym brać się może. Tak następuiące dwie Proporcye 12. 4 :: 3. 1. są między sobą podobne, y też same; bo iako, 12 *Antecedens* pierwszey proporcyi, *Consequens* swoy 4, tak 3 *Antecedens* drugiey proporcyi, *Consequens* swoy 1, trzy razy zupełnie w sobie zamyka.

III. Cztery te terminy, czyli rzeczy, tęż samę maiące do siebie proporcyą *np.* 12. 4 :: 3. 1, zowią się proporcyonalne, albo iednego względu; Ieżeli zaś liczby we środku położone dwa razy się biorą, tak: że taż sama liczba bierze się raz iako *Consequens* liczby pierwszey, a drugi raz

iako

iako *Antecedens* liczby naſtępuiącey, tedy proporcya między niemi zachodząca zowie ſię proporcyą ciągniona, *Proportio Continua*, iako *naprzykład* ∺ 2. 4. 8, gdzie 4. biorę raz iako *Conſequens* 2, drugi raz iako *Antecedens* 8, raz, iako 2, dwa razy w ſobie zamykaią, drugi raz, iako w 8 dwa razy wzaiemnie mieſzczą ſię.

LEMMATA (*) *czyli Obiaśnienia upewniaiące o niezawodnych właſnościach Proporcyi.*

LEMMA I. Jeżeli cztery danę liczby będą między ſobą proporcyonalne, y tegoż ſamego względu, tedy produkt z liczby pierwſzey, y oſtatniey, powinien bydź we wſzyſtkim rowny produktowi z liczby drugiey, y trzeciey.

Daymy cztery liczby proporcyonalne

5. 20 : : 4. 16.

Jako 5X16. = 80.

Tak wzaiemnie 20X4. = 80.

LEMMA II. Jeżeli z danych czterech terminow, termin pierwſzy tak ſię ma do trzeciego, iako biorąc na wywrot, termin czwarty

(*) LEMMA ieſt to nauka poprzedzaiąca, czyli oſtrzeżenie y ubeſpieczenie o niezawodności prawd, przez ktore dalſzych Reguł w iakiey Scyencyi podanych dowodzić potrzeba. Y dla tego u Łacinnikow Lemmatami nazywaią ſię Propozycye, ktorych ten iedyny cel ieſt, abyśmy przez nie innych Propozycyi prawdy dowodzili.

czwarty do drugiego, tedy produkt terminu pierwſzego z drugim, powinien bydź rowny produktowi terminu trzeciego z czwartym. Daymy cztery liczby następuiące 6. 4. 3. 8. W tych danych liczbach, że między pierwſzym terminem 6, y trzecim 3, taż ſama zachodzi proporcya, iaka między terminem czwartym 8, y drugim 4, będzie tedy 6. 3 : : 8. 4. Przeto podług *Lemma* I 6X4 = 3X8 = 24. A zatym Produkt z pierwſzego y drugiego, będzie rowny produktowi z terminu trzeciego y czwartego.

LEMMA III. Jeżeli produkt przez iednę liczbę, z liczb między ſobą zmultyplikowanych, podzielony będzie, druga z nich za Wieloraz wypaść powinna, *na przykład,* ieżeli Produkt 24 wynikaiący z multyplikacyi 4X6, podzielony będzie przez 6, wypadną 4, ieżeli przez 4, wypadną 6.

PROPOZYCYA I.

O Regule Proporcyi. De Regula Proportionum.

Reguła Proporcyi, ktorą dla zacności, y nieſkończonego pożytku, złotą poſpolicie nazywaią; podaie ſpoſob na doyście z trzech liczb wiadomych czwartey liczby niewiadomey Proporcyonalney, mię-

między ktorą, y trzecią taż sama zachodzić powinna Proporcya; co między drugą, y pierwszą. Y z tey przyczyny zowie się Reguła Proporcyi, czyli Reguła trzech, że z trzech liczb wiadomych, czwartey niewiadomey dochodzi. Należyte Reguły Proporcyi odprawienie na dwoch następujących gruntuie się fundamentach.

Naprzod. Trzy liczby dane, porządkiem ułożone bydź powinny, tak ażeby liczba maiąca do siebie przyłączone zadanie położona była na mieyscu trzecim, a owa, ktora z liczbą na mieyscu trzecim położoną iednego iest gatunku, na pierwszym mieyscu znaydowała się. Tak *np.* pytaiąc się wiele dam za 12 łokci Sukna, ktorego dwa łokcie kosztuią Złotych 14. Ponieważ liczba 12 ma do siebie przyłączone zadanie, zaczym piszę 12 łokci na mieyscu trzecim, a dwa ktore też samę rzecz z 12, to iest łokcie znaczą, kładę na mieyscu pierwszym, 14 zaś na mieyscu drugim, tym sposobem?

2. 14 : : 12. - -

Powtore. Tak ułożywszy terminy liczb do rozwiązania ich przez Proporcyą zadanych, multyplikuy termin drugi przez trzeci, to iest 14X12, a Produkt z tey multyplikacyi wynikaiący 168, przez termin pierwszy, to iest przez 2 podziel,

Wieloraz ktory z tego podzielenia wypadnie, będzie czwartym terminem do trzech liczb danych proporcyonalnym, y na zadanie twoie odpowie?

Łokci	Złotych		Łokci	Złotych
2.	14	::	12.	84.

```
        14
        12
       ----
        28
       14
       ----          Wieloraz
  2 | 16,8 |          84
    | 16   |
      -----
       --8
         8
        --
```

Przykład drugi. Krol Salomon przy budowaniu Kościoła Jerozolimskiego miał robotnikow 180000. Daymy że na dwoch robotnikow dawano codzień trzy Złote, pytam ile na wszystkich codzień wydano?

Robotnicy	Złote		Robotnicy	Złote
2.	3	::	180000	270000

```
              180000
                   3
         ------------
  2 | 5,4,0,0,0,0, | 270000
    | 4
      ---
      14
      14
      ---
      --
```

Przy-

Przykład trzeci. Budowanie tegoż Kościoła trwało lat ſiedm, a biorąc w Roku iednym tylko 250 dni roboczych trwało dni 1750. Jeżeli tedy na dzień ieden ſama robota owego Gmachu koſztowała Złotych 270000, pytam ile mogł wynieść cały koſzt za dni 1750?

Dzien	Złotych		Dni	Złotych
1	270000	::	1750	472500000.

```
   270000
     1750
 --------
135000000
 1890000
 270000
---------
1. |472500000|
```

W tym Przykładzie Produktu z multyplikacyi dwoch śrzednich terminow niepotrzeba było przez 1, termin pierwſzy dzielić, ale ow Produkt zaraz za termin czwarty liczbom danym proporcyonalny napiſać, bo iedno, 1, ani dzielić, ani multyplikować liczb nie może.

Przykład czwarty. Biorącemu w Prowizyi ſześć od ſta, pytam ile ſię należy od 38000?

```
100.  6 ::  38000   2280.
             6
           -----
1|00 |2280|00| 2280.
```

Przy-

Przykład piąty. Laſka dwu łokciowa proſto wbita w ziemię o godzinie trzeciey z południa, rzuca od ſiebie cień na łokci 3. Przyległey wieży, o teyże ſamey godzinie cień ieſt na łokci 300, pytam ile wieża owa w ſamey rzeczy ma w ſobie łokci? Terminy zadanych liczb tak układam. Jeżeli cień trzech łokciowy, ieſt od wyſokości dwu łokciowey, cien na łokci 300, iaką rzetelną ma wyſokość?

3. 2 :: 300 200.
2
3 |6,0,0,| 200

Przykład ſoſty. Za Mieſięcy dwa, wydał kto 1900 Złotych, pytam ile wyda za Rok ieden. Wtym Przykładzie Mieſiące dwa, y Rok ieden, ſą terminy rożnego gatunku, zaczym przed zaczęciem operacyi onychże, potrzeba ie wprzod na gatunek ieden redukować, zamiaſt Roku iednego, Mieſięcy dwanaście napiſawſzy tak:

Mieſięcy	Złotych	Mieſięcy	Złotych
2.	1900 ::	12.	11400

12
3800
1900
2 |2,2,8,0,0,| 11400
228

Tož

Toż zawſze czyń, kiedy terminy na pierwſzym, y trzecim mieyſcu leżące, zamykać w ſobie będą rożne gatunki rzeczy, to ieſt redukuy ie wprzod do gatunku iednego.

Przykład ſiodmy. Za pułtory godziny wyciekło z Antała, Wina dwa garce, pytam ile za dzien cały wyciec mogło? W tym przykładzie *naprzod* pułtory godziny zredukowawſzy na kwadranſe, mam kwadranſow 6, toż dzień zredukowawſzy na 24 godzin, a te na kwadranſe mam kwadranſow 96, y dopiero dane liczby układam następuiącym ſpoſobem:

Kwadranſe	Garce	Kwadranſe	Garce
6.	2 : :	96.	32.

```
            2
        ---------
    6  | 192 |  32
       |  18 |
        ---------
          12
          12
        ---------
```

Jeżeli zaś Produkt z trzeciego terminu zmultyplikowanego przez drugi, mnieyſzy będzie od terminu pierwſzego, a przeto nie będzie ſię mogł przezeń dzielić, tedy go wprzod na mnieyſzy gatunek zredukować potrzeba, y dopiero przez

przez pierwszy termin podzielić. *naprzykład*, za 20 łokci płotna dałem Talerow bitych pięć, pytam ile łokieć ieden kosztuie?

Łokci	Talerow	Łokieć
20.	5 ::	1.
	8	

Łokci	Złotych	Łokci	Złotych
2|0.	4|0. ::	1.	2.

Ponieważ iedno piąciu nie multyplikuie, y Talerow pięciu przez 20 dzielić nie mogę, zaczym zredukowawszy wprzod Talery na Złotych czterdzieści, mowię ieżeli za 20 dałem 40 Zł:, coż dałem za 1? y dochodzę, że 2.

Przestroga. *Jeżeli do liczb Całkowitych przymieszaią się Frakcye, tedy liczby całkowite redukuią się wprzod na Frakcye przyległe, a pod liczbami całkowitemi, przy ktorych Frakcyi nie masz, podkłada się za Denominatora 1, toż Multyplikacya, y Dywizya, sposobem o liczbach łamanych przepisanym odprawuie się.* Naprzykład. *Za godzinę* $1 + \frac{1}{4}$ *ubiegłem mil* $2 + \frac{1}{4}$, *pytam się ile mil za godzin* $6 + \frac{1}{2}$ *ubiegnę.*

$$1 + \tfrac{1}{4}.\quad 2 + \tfrac{1}{4} :: 6 + \tfrac{1}{2}.$$

$$\tfrac{5}{4}.\quad \tfrac{9}{4} :: \tfrac{13}{2}.\quad 11 + \tfrac{28}{40}.$$

Demonstracyą, czyli okazanie niezawodnych fundamentow podanych na Regułę Proporcyi, oczywiste mieć można z *Lemma* I y III. Bo ponieważ w Regule Proporcyi

porcyi dane bywaią trzy terminy proporcyonalne, do ktorych czwartego, o ktorym ieſzcze niewiemy dobrać można, zatym idzie, że produkt z multyplikacyi drugiego, y trzeciego terminu wynikaiący, rowny bydź powinien produktowi z multyplikacyi terminu pierwſzego z czwartym ieſzcze niewiadomym, *podług Lemma* I, a zatym Produkt z drugiego, y trzeciego terminu, podzieliwſzy przez termin pierwſzy, czwartego terminu danym trzem terminom proporcyonalnego doydziemy *przez Lemma* III. Oczywiſta tedy ieſt przyczyna, czemu podług wzwyż podaney na Regułę Proporcyi nauki, termin trzeci multyplikować powinniśmy przez termin drugi, a produkt przez termin pierwſzy podzielić.

Spoſob na doświadczenie dobrze odprawioney Reguły Proporcyi naywyborniey-ſzy, y nayſnadnieyſzy ieſt: multyplikować termin pierwſzy przez termin czwarty, a termin trzeci przez drugi, bo ieżeli Produkta, z tey podwoyney multyplikacyi wynikaiące będą ze wſzyſtkim ſobie rowne, znak będzie dobrze odprawioney rachuby. Fundament tego niezawodny ieſt *w Lemma* I.

PRO-

PROPOZYCYA II.

O Regule Proporcyi ſkładaney. De Regula Proportionnm Compoſita.

Reguła ſkładana Proporcyi, *Regula Proportionum Compoſita*, zowie ſię ta, w ktorey procz trzech terminow pryncypalnych *w poprzedzaiącey Propozycyi* wyrażonych, kładą ſię ieſzcze inne terminy pośrzednicze, ktore znaczą, czas, zyſk, defalkę, y tym podobne okoliczności. Terminy takowe gdy dane będą, Reguły proporcyi odprawić nie można, aż wprzod pośrzednicze owe terminy, z terminami pryncypalnemi przez multyplikacyą złączone nie będą, tak żeby ze wſzyſtkich danych terminow, trzy tylko terminy pryncypalne do Operacyi wypadły. Przykłady naſtępuiące rzecz tę naylepiey obiaśnią.

Przykład pierwſzy. Czterech Kawalerow wſpolnie żyiących przez dni 10, wydali Czerwonych Złotych 50, pytam ile wydadzą Kawalerow 12 przez dni 30?

W tym Przykładzie liczby znaczące Kawalerow, y pieniądze ſą terminy pryncypalne, liczby zaś, ktore znaczą dni ſą terminy pośrzednicze, y naſtępuiącym porządkiem układaią ſię:

4X10 50 : : 12X30.

Zeby

Zeby tedy Regułę proporcyi odprawić złącz przez multyplikacyą *naprzod* Kawalerow 4 z 10 dniami, masz 40, potym Kawalerow 12 z 30 dniami, masz 360. Teraz zadaną kwestyą w trzech terminach następuiącym wyraż sposobem:

40. 50 :: 360. 450

a zmultyplikowawszy termin drugi przez trzeci, to iest 50X360, Produkt 18000 podziel przez 40 termin pierwszy, a Wieloraz 450 pokaże ci szosty termin danym piąciu terminom proporcyonalny, to iest. że Kawalerow 12 za dni 30, wydadzą Cz: Złotych 450.

Przykład drugi. Od 1000 Złotych z prowizyą czterech od sta, płaci się corocznie Zł: 40, a od 12000 z prowizyą sześciu od sta wiele płacić potrzeba?

1000X4. 40 :: 12000X6?
4000. 40 :: 72000. 720.
40

4|000 | 28,8,0|000 |720
28
--8
8
-0

Przykład trzeci. Od przewiezienia czterech cetnarow towaru za mil 30 zapłaciłem Złotych 80, a od przewiezienia 12 cetnarow tegoż towaru, za mil 50, ile zapłacę?

4X30. 30 :: 12X50.
120. 30 :: 600 150

30

12|0 | 18,0,0, |0 | 150.
12

--60
60

Przykład czwarty. Daymy że na płacą dla żołnierzy 10 przez Miesiąc 1, wychodzi Zł: 579, chcę wiedzieć ile wynidzie dla żołnierzy 500 przez Miesięcy 12.

10X1. 579 :: 500X12.
10. 579 :: 6000. 347400.

Przestroga I. *Składana Reguła Proporcyi, nic innego nie iest, tylko Reguła Proporcyi prosta, dwa razy powtorzona, z tey przyczyny nazywa się też* Regula Dupli. *Reguła podwoiona, dla tego, że dwa zadania wraz w sobie zamyka; A przeto składana Reguła Proporcyi redukować się może na dwie Reguły proste, z ktorych w pierwszey pominąwszy terminy pośrzednicze,*

a sama

a ſame trzy terminy pryncypalne w proporcyą ułożywſzy, ſzukamy terminu czwartego. W drugiey kładą ſię terminy pośrzednicze, a w śrzodku tych wynaleziony dopiero czwarty termin proporcyonalny; Tak w poprzedzaiącym Przykładzie mowiąc naprzod *ieżeli na 10 Zołnierzy wychodzi Złotych 579, ile wynidzie na Zołnierzy 500? wypada 28960, a mowiąc* powtore: *ieżeli za Miesiąc 1 wynidzie 28960, ile wynidzie za Miesięcy 12? wychodzi Summa 347400, taż ſama, ktorą przez pierwſzą Operacyą wynalazłem.*

Przeſtroga II. *Ta Reguła nazywa ſię także u niektorych Reguła pięciu,* Regula quinque, *że ſię w niey pięć terminow wiadomych kładzie, dla doyścia ſzoſtego. Doświadczaią iey tymże ſamym ſpoſobem, ktory* w Propozycyi poprzedzaiącey *na Regułę Proporcyi podany był.*

PROPOZYCYA III.

O Regule Proporcyi wſpak obroconey.
De Regula Proportionum Inverſa.

W Regułach Proporcyi, o ktorych dotąd mowiliśmy, tak ſię ma zawſze termin pierwſzy do drugiego, iak ſię ma termin trzeci do czwartego, y ieżeli termin pierwſzy od trzeciego ieſt więkſzy, termin drugi rownie nad termin czwarty

większy bydź powinien, albo wzaiemnie mnieyszy, ieżeli termin pierwszy mnieyszy iest, niżeli trzeci. Z samey zaś natury zadaney kwestyi przytrafiać się często zwykło, że im pierwszy termin mnieyszy, lub większy iest od trzeciego, tym termin czwarty, ktorego szukamy, od terminu drugiego mnieyszy, lub większy bydź powinien, biorąc wspak porządek terminow przez proporcyą ułożonych. W tym razie Reguła Proporcyi nazywa się wspak obrocona, *Regula Proportionum inversa*, dla zamatwania porządku terminow, ktorym w prostey Regule Proporcyi układaią się.

Reguła ta wiele zatrudniać zwykła, niezupełnie biegłych w rachunkach ludzi, z tey przyczyny, że rozeznać nie mogą, kiedy prosta Reguła Proporcyi, a kiedy Reguła Proporcyi wspak obrocona bydź ma zażyta.

Ile razy tedy z samey natury zadanego pytania wypada, że im mnieyszy, lub większy iest termin pierwszy od trzeciego, tym mnieyszy, lub większy bydź powinien czwarty od drugiego terminu, tyle razy każdy ma sobie wnosić, że w takowym razie Reguły Proporcyi wspak obroconey zażyć potrzeba. Tak *naprzykład* maiąc zadaną kwestyą: żeńcow 20 pożęli pole

iedno

iedno w dni 4, a żeńcow 10, drugie takoweż pole wiele dni żąć będą?

20. 4 :: 10?

W tym Przykładzie iako pierwſzy termin 20 większy ieſt od terminu trzeciego 10, tak termin czwarty wynaleziony większy bydź powinien nad termin drugi 4, bo żeńcow 10, dwa razy dłużey pole owo żąć powinni, niżeli go żnie żeńcow 20.

Zaczym na doyście czwartey liczby proporcyonalney przez Regułę wſpak obroconą, potrzeba *naprzod* pierwſzy termin multyplikować przez termin drugi, *powtore* Produkt z tey multyplikacyi wynikaiący podzielić przez termin trzeci, a za Wieloraz wypadnie termin czwarty proporcyonalny, ktory tak ſię będzie miał do terminu drugiego, iak ſię ma termin pierwſzy do trzeciego terminu. Tak w zadanym iuż przykładzie:

20. 4 :: 10. 8.

20

1|0|8|0 |8

Dzieſięciu tedy żeńcow ośm dni pole owo żąćby powinni, ktore dwudzieſtu za cztery dni pożęli.

Przykład drugi. W Fortecy oblężoney 1500 żołnierzom wyſtarczy prowiantow

na

na Mieſięcy 3, a przez Mieſięcy 6, na wielu żołnierzy też prowianty wyſtarczyć mogą?

3. 1500 :: 6. 750.
3

6 |45,0,0,| 750
42

- 30
30

- - 0

W tym Przykładzie rzecz oczywiſta ieſt, że im mniey ieſt Mieſięcy trzy nad Mieſięcy ſześć, tym mniey powinno, bydź Ludzi na ktorychby przez ſześć Mieſięcy prowianty wyſtarczyć mogły, ktore na Ludzi 1500 przez trzy Mieſiące wyſtarczaią, to ieſt powinno ich bydź 750, połową mniey od 1500, iako trzy Mieſiące połową mniey ſą od Mieſięcy ſześciu.

Przykład trzeci. 6 Pługow orzę rolą iednę dni 30, a 10 pługow za wiele dni tęż rolą zaorzą? Widziſz y tu, że im więcey ieſt pługow, tym mniey dni do orania teyże roli potrzebuią, to ieſt dni tylko 18.

6. 30 :: 10. 18.
6

1|0 |1,8,|0 | 18

Demon-

Demonstracya, niezawodność tey Reguły funduie się na *Lemma* II *y* III. Bo ponieważ w Regule Proporcyi wspak obroconey, tak się ma pierwszy termin do trzeciego, iak wzaiemnie czwarty do drugiego, idzie zatym podług *Lemma* II, że Produkt terminu pierwszego zmultyplikowanego z drugim, rowny bydź powinien produktowi terminu trzeciego zmultyplikowanego z czwartym. A że produktu ktoryby miał wyniknąć z multyplikacyi terminu trzeciego z czwartym, mam iuż termin ieden, to iest, ktory na trzecim mieyscu kładzie się, zaczym produkt z multyplikacyi terminu pierwszego z drugim, rowny produktowi z multyplikacyi terminu trzeciego z czwartym, podzieliwszy przez termin trzeci, czwarty termin proporcyonalny koniecznie wyniść powinien.

Doświadczenie dobrze odprawioney Reguły Proporcyi wspak obroconey, iest bardzo krotkie, zmultyplikowawszy termin pierwszy przez drugi, a trzeci przez czwarty. Iężeli obadwa produkta są rowne, Operacya dobrze poszła.

Przestroga. *Unikaiąc atoli trudności ieżeli iaka w Proporcyi wspak obroconey zachodzić może, łatwo zamienisz ią w Regułę Pro-*

Proporcyi prostą, kładąc termin, do ktorego przyłączone iest zadanie, na mieyscu pierwszym, a termin iednego z nim gatunku na mieyscu drugim. Tak w pierwszym przykładzie żeńcow 10, tak się maią do żeńcow 20, iak się maią dni 4, do dni 8.

10. 20 :: 4. 8.
4
1|0 |8|0, |8

A w Przykładzie drugim, tak się maią Miesięcy 6, do Miesięcy 3, iak się maią żołnierzy 1500 do 760.

6. 3 :: 1500. 760.
3
6 |45,0,0,| 750
|42
-30
30
--0

Podobnież y w Przykładzie trzecim, iak się maią 10 pługow do 6, tak się mieć powinny dni 30, do dni 18.

10. 6 :: 30 18.
6
1|0 |18|0 18.

PRO-

PROPOZYCYA IV.

Zamykaiąca w ſobie niektore ſpoſoby do krotkości, y ſnadności w odprawieniu Reguły Proporcyi wielce ſłużące.

I. Gdy pierwſzy termin w Regule Proporcyi proſtey ſpełna zamyka w ſobie termin drugi, alboli też w nim ſpełna mieści ſię, w tenczas proporcya na naymnieyſze terminy redukowana bydź może przez *Prop:* II. *Rozd:* II, y operacya iey bardzo krotka ſtanie ſię. Tak *naprzykład*, za łokci Sukna 5 dałem Złotych 35, ile dam za łokci 30? Zredukowawſy 5, y 35, do naymnieyſzych terminow 1 y 7, mow: ieżeli za 1 należy ſię 7, coż ſię będzie należało za 30? maſz czwarty termin proporcyonalny 210. A w Regule Proporcyi wſpak obroconey, ponieważ taż ſama między pierwſzym y trzecim, co między czwartym a drugim terminem zachodzi proporcya, zaczym pierwſzy y trzeci termin na naymnieyſze terminy zredukowawſzy, ſkrociſz ſobie operacyą, tak w Przykładzie I. z *Propoz:* III zredukowawſzy 20 y 10 na naymnieyſze terminy, maſz 2 y 1, napiſawſzy tedy tak 2. 4 :: 1, wypadnie ci czwarty termin 8.

II.

II. Dla uniknienia trudności w przydłużſzey Dywizyi, podziel termin trzeci przez pierwſzy, a przez Wieloraz multyplikuy termin drugi. Albo też podziel termin drugi przez pierwſzy, a przez Wieloraz multyplikuy termin trzeci, czwarty termin proporcyonalny zawſze tenże ſam wypadnie, iak gdybyś ordynaryinym ſpoſobem czynił. Tak *np.* 25. 60 :: 100. Podzieliwſzy termin trzeci przez pierwſzy, maſz Wieloraz 4, przez ktory z multyplikowawſzy termin drugi 4X60 maſz czwarty termin proporcyonalny 240.

III. Jeżeli Frakcya pierwſzemu tylko terminowi ieſt przyległa *naprzykład* 12+½. 4 :: 20? z multyplikuy przez Denominatora 2, tak pierwſzy iako y trzeci termin, a wypadną ci trzy terminy proporcyonalne bez Frakcyi 25. 4 :: 40? Jeżeli Frakcya przyległa będzie drugiemu tylko terminowi *naprzykład* 6. 20⅓ :: 10, multyplikuy przez tegoż Denominatora 3, termin pierwſzy y drugi, a będzieſz miał trzy terminy proporcyonalne bez Frakcyi 18. 61 :: 10? ieżeli Frakcye z iednakowym Denominatorem, przyległe będą pierwſzemu y trzeciemu terminowi, *naprzykład* 3+⅖. 20 :: 10+⅗? obydwa te terminy zmultyplikowawſzy przez powſzechnego Denominatora 5, maſz Regułę bez Fraktow

ktow 17. 20 :: 53? ieżeli nakoniec termi-
ny korrespondujące sobie, wyrażone będą
samemi Frakcyami, z iednakowym Deno-
minatorem, *naprzykład* $\frac{2}{3}$. 20 :: $\frac{1}{3}$. zma-
zawszy Denominatory wypadną ci termi-
ny proporcyonalne, 2. 20 :: 1? ieżeli zaś
Denominatory będą rożne, zredukuy
wprzod owe Frakcye do iednego Denomi-
natora, ktorego potym zmazawszy, bę-
dziesz miał trzy terminy proporcyonalne
bez Frakcyi, tak *naprzykałd* $\frac{1}{2}$. 5 :: $\frac{2}{3}$? zre-
dukowawszy te dwie Frakcye do iednego
Denominatora, *przez Prop:* III *Rozdz:* II
masz: $\frac{3}{6}$. 5 :: $\frac{4}{6}$? a zmazawszy Denomina-
tora powszechnego, będziesz miał Regu-
łę Proporcyi bez Frakcyi wyrażoną sposo-
bem następującym, 3. 5 :: 4? Przyczyny
tych y tym podobnych odmian, każdy
wyśmienicie pozna, ktokolwiek naukę o
liczbach łamanych zupełnie zrozumie.

PROPOZYCYA V.

O Regule Towarzystwa, czyli społki de Regula Societatis.

Reguła Towarzystwa czyli społki, nic innego nie iest, tylko nauka podaiącą sposob do podzielenia liczby iakiey na więcey części proporcyonalnych. Zo-

wie

wie ſię Reguła Towarzyſtwa czyli ſpołki, że naywięcey zażywana bywa między ludzmi ſpołeczeńſtwo handlow, lub intrat utrzymuiącemi. W ſamey rzeczy Reguła ſpołki nic innego nie ieſt, tylko Reguła Proporcyi tylę razy powtorzona, na wielę części proporcyonalnych liczbę zadaną dzielić przyidzie. Co ſię z naſtępuiących iaśnie pokaże Przykładow.

Przykład pierwſzy. Trzech Kupcow zawarłſzy z ſobą Towarzyſtwo handlowne, dali na zyſk ſpolny każdy z ſwoiey ſtrony pewną Summę pieniędzy.

Pierwſzy Kupiec A. łożył Taler: bit: 1000
Drugi Kupiec B. łożył Talerow bit: 1500
Trzeci Kupiec C. łożył Talerow bit: 2000

Pieniędzmi temi handluiąc Rok cały, zarobili ogołem Talerow bitych 2000. Pytam iaka z tego zyſku Summa proporcyonalna do każdego Kapitału, wſzyſtkim przypadnie?

Zbierz *naprzod* w iednę Summę wſzyſtkie Kapitały przez trzech Kupcow poiedynczo dane, to ieſt 1000+1500+2000 = 4500: *Powtore.* Uczyń tyle razy Regułę Proporcyi, ile ieſt poiedynczych Kapitałow, w ułożeniu terminow ten tryb zachowuiąc, ażeby za pierwſzy termin położona była Summa parcyalnych Kapitałow w iedno zebrana, ktora tu ieſt 4500, za

drugi

drugi termin zyſk generalny, ktory tu ieſt 2000, za trzeci termin Summa parcyalna każdego Kupca, a za czwarty termin przy każdey Operacyi wypadnie ci zyſk parcyalny, proporcyonalny Kapitałowi przez każdego z trzech Kupcow łożonemu. Czego wſzyſtkiego naſtępuiący maſz wizerunek:

Kap: gen:	Zyſk gener:		Kapitał parcya:		Zyſk parcyalny
4500	2000	: :	1000?	A.	444 A. + $\frac{4}{9}$.
4500	2000	: :	1500?	B.	666 B. + $\frac{6}{9}$
4500	2000	: :	2000?	C.	888 C. + $\frac{8}{9}$.
					2000.

Przykład drugi. Trzech Braci zakupuią wſpolnie Maiętność czyniącą roczney intraty 70000 Złotych. Pierwſzy D. dał na nię 240000, Drugi E. 300000, Trzeci F. 360000, chcę wiedzieć ile roczney Intraty każdemu z nich, z owych Dobr przypadnie?

Znoſzę *naprzod* wſzyſtkie parcyalne Kapitały, to ieſt 240000+300000+360000 = 900000. To uczyniwſzy, Regułę proporcyi ſpoſobem wzwyż podanym powtarzam trzy razy:

900000	70000	: :	240000?	18666 + $\frac{6}{9}$.
900000	70000	: :	300000?	23333 + $\frac{3}{9}$.
900000	70000	: :	360000?	28000
				70000.

Przy-

Przykład trzeci. Dwoch Jubilerow, z ktorych ieden łożył na Dyamenty 20000 Czerwonych Złotych, drugi 32000, tracą na handlu swoim 15 tysięcy, pytam iaka szkoda każdego Summie ma bydź proporcyonalna.

52000 15000 :: 20000 5769 $\frac{12}{52}$.
52000 15000 :: 32000 9230 $\frac{40}{52}$.

15000.

Jeżeliby zaś z parcyalnych Kapitałow, owych Kupcow ieden dłużey a drugi krocey był na handlu, w tenczas, tak iak w Regule Proporcyi składaney, potrzeba wprzod Kapitał przez swoy czas multyplikować, a dopiero Produkta dodawszy, czynić sposobem wzwyż podanym. Tak *naprzykład* daymy trzech Kupcow z ktorych ieden łożył na handel 200 Czerwonych Złotych, lecz od lat 3. Drugi łożył 320, lecz od lat 2. Trzeci łożył 500, lecz od roku tylko. Zysk zaś generalny z tego handlu trzechletniego był na 2000 Czerwon: Złotych, multyplikuię wprzod każdą Summę przez iey lata:

200 X 3 = 600
320 X 2 = 640
500 X 1 = 500

Ze-

Zebrawszy teraz w iedno wszystkie Produkta parcyalne, mam 1740 y Regułę tak układam:

1740	2000 ::	600?	689 $\frac{114}{174}$.
1740	2000 ::	640?	735 $\frac{110}{174}$.
1740	2000 ::	500?	574 $\frac{124}{174}$.
			2000.

Gdyby zaś Kupcow wszystkich Kapitały rowne były, lecz czas nierowny, gdyby *np.* iednego Summa była na handlu Miesięcy 12, drugiego Miesięcy 7, a trzeciego Miesięcy 6, tedy zebrawszy w iednę Summę wszystkie Miesiące 12+7+6 = 25 położ ie za pierwszy termin, za drugi zysk generalny, a za trzeci Miesiące, przez ktore każdego Kapitał był na handlu, y powtorz trzy razy Regułę Proporcyi tak:

Jeżeli Miesięcy	Zysk Czerw. Zł:	coż Miesięcy	
25	1000 ::	12?	480
25	1000 ::	7?	280
25	1000 ::	6?	240
			1000

Ztąd masz sposob, na dzielenie pieniędzy *np.* 4000 Talerow bitych, między sług trzech, proporcyonalnie do czasu przez ktory ciż słudzy Panu swemu służyli, z ktorych ieden służył lat 7, drugi lat 6, trzeci lat 12, Pan zaś umieraiący leguie im zapisem

pisem 4000 Talerow bitych, ażeby te w proporcyi do czasu ich usług podzielone między nich były. Zebrawszy albowiem lata wszystkich, ktorych tu iest 25. położ ie za termin pierwszy, Summę legowaną na nich za termin drugi, a każdego z osobna lata za termin trzeci, toż trzy razy powtorzywszy Regułę Proporcyi, za czwarty termin wypadnie ci Summa do lat każdego proporcyonalna, następuiącym sposobem.

25.	4000	::	7.	1120
25.	4000	::	6.	960
25.	4000	::	12.	1920
				4000

Pierwszy tedy za lat 7 wezmie Talerow bitych 1120, drugi za lat 6 wezmie Talerow bitych 960, trzeci za lat 12 wezmie Talerow bitych 1920.

Doświadczenie dobrze odprawioney Reguły Towarzystwa iest to: że gdy dodasz wszystkie parcyalne Summy, zysk, lub stratę parcyalną znaczące, Summa generalna, zyskowi, lub stracie generalney rowna bydź powinna, iako tu na końcu każdego Przykładu widzieć się daie.

PRO-

PROPOZYCYA VI.

O Regule Wiązania. D. Regula Alligationis.

Gdy rzeczy rożney między sobą ceny, rożnego waloru wiążemy, czyli mieszamy razem, iako *naprzykład* rożne trunki, towary, lub kruszcze, a pomieszawszy ie, chcemy doyść sprawiedliwey ceny owey mixtury, częściom rzeczy owych, z ktorych składa się, proporcyonalney, albo też gdy śrzednią iakąś cenę założywszy, chcemy wiedzieć ile części każdego z kilku danych towarow, lub trunkow zmieszać potrzeba, ażeby za cenę owę śrzednią sprzedać ie można, w oboim tym razie zażywamy Reguły, ktorą Rachmistrze zowią Regułą Wiązania, *Alligationis*. Sposoby do należytego iey odprawienia potrzebne, z samych naylepiey przykładow wydadzą się.

Przykład pierwszy. Miał kto dwoiakiey proby u siebie srebro, iednego grzywna po Złotych 74, drugiego po Złotych 68, pierwszego było grzywien 200, drugiego grzywien 160, dwoiakie to srebro stopiwszy w iednę massę, pytam po czemu na ow czas iedna iego grzywna przypadnie?

Multyplikuy *naprzod* grzywien 200 przez Złotych 74, potym grzywien 160 przez Złotych 68. Dwa produkta ztąd wynikaiące z sobą dodawszy, Summę generalną pokazuiącą ci cenę wszystkiego owego srebra podziel przez 360, to iest przez Summę wszystkich grzywien zebranych, a Wieloraz pokaże cenę iedney grzywny dwoiakiego owego srebra zmieszanego. następuiącym sposobem:

Grzywny		Złote		
200	X	74	=	14800
160	X	68	=	10880

```
36|0        |256,8|0|   71 + 1/3
            |252    |
             -----
              - - 48
                36
               ----
                12
```

Wieloraz tedy 71 + ⅓ pokazuie, że zmieszanego owego srebra, grzywna iedna będzie na potym warta Złotych 71, y groszy 10. Bo ieżeli grzywien 360 warte są Złotych 25680, coż grzywna 1? Podług Reguły Proporcyi wypadnie Złotych 71 + ⅓.

Przykład drugi. Daymy że korzec pszenicy iest po Złotych 12, korzec żyta po Złotych 9, ięczmienia po Złotych 6,

zmie-

zmieszawszy razem pszenicy korcy 7, żyta korcy 5, ięczmienia korcy 2, pytam po czemu ieden korzec mixtury owey wypadnie?

	Korce		Złote		
Pszenicy	7	X	12	=	84.
Zyta	5	X	9	=	45.
Jęczmienia	2	X	6	=	12.
	14				141

14 | 14,1 | 10 $\frac{1}{14}$.
14
-- 1.

Korzec tedy ieden owey mixtury będzie kosztował Złotych 10, y coś więcey nad dwa grosze. Bo podług Reguły Proporcyi, ieżeli za korcy 14 należy się Złotych 141, coż za korzec 1? mam Złotych 10 $\frac{1}{14}$.

Y te dwa Przykłady dosyć będą na pokazanie sposobu, ktorym postępować sobie potrzeba w pierwszym rodzaiu Reguły Wiązania, to iest, gdy zmieszawszy razem trunki, towary, lub kruszcze rożney ceny, chcemy doyść sprawiedliwego części ich waloru. Co się zaś tycze drugiego rodzaiu Reguły Wiązania, to iest, gdy podług założoney ceny, rzeczy rożnych gatunkow mieszać potrzeba, ażeby mixtu-

rę z nich zrobioną za cenę owę ſprzedać można. Na to naſtępuiące Przykłady widoczny ſpoſob nam podadzą.

Przykład pierwſzy. U Winiarza znayduią ſię dwa gatunki wina, iednego garniec po Złotych 20, drugiego po Złotych 15, ieżeli kto nie daie mu, tylko Złotych 17, a chce żeby mu podług proporcyi danych pieniędzy, z oboyga win ieden garniec dano, pytam ile Winiarz ow pierwſzego, ile drugiego wina zmieſzać powinien, ażeby mu dał garniec wina w ſprawiedliwey do danych pieniędzy proporcyi?

Na rozwiązanie tego, y temu podobnych zadaniow, maſz dwie naſtępuiące Reguły.

Reguła pierwſza. Podłoż ceny iednego, y drugiego wina pod ſobą, to ieſt 20, y 15, a z boku na lewey ręce napiſz 17 liczbę danych pieniędzy, za ktore chceſz garniec wina dwoiakiego wziąć. To uczyniwſzy wiąż, czyli porownyway oſobno przez Subtrakcyą, *naprzod* cenę więkſzą wina z danemi pieniędzmi, to ieſt 20, z 17, a 3, przewyſzkę *Differentiam* między niemi zachodzącą, położ na prawey ſtronie przy 15. *Powtore* wiąż cenę mnieyſzą 15 z temiż 17 danemi pieniędzmi, a przewyſzkę między niemi zachodzącą, to ieſt 2, położ na prawey ſtronie przy 20.

Reguła

Reguła druga. Zbierz przewyſzki w iednę Summę, y Regułę Proporcyi powtorz tyle razy, ile ieſt Przewyſzek, to ieſt dwa razy w Przykładzie teraznieyſzym. W ułożeniu zaś Reguł Proporcyi za pierwſzy termin kładzie ſię Summa Przewyſzek, ktora tu ieſt 5, za drugi termin kładzie ſię garniec 1, a za trzeci termin każda Przewyſzka oſobno. Czego naſtępuiący maſz wizerunek.

	Ceny Win	Przewyſzki
Pieniądze dane 17	20	2
	15	3

Summa Przewyſzek 5

5. 1 :: 2? $\frac{2}{5}$.

5. 1 :: 3? $\frac{3}{5}$.

Tym ſpoſobem Regułę Proporcyi dwa razy powtorzywſzy, dla tego, że tylko dwie ceny wina, y dwie przewyſzki były, dochodzę na koniec, że z wina ktore ieſt po Złotych 20, wziąwſzy dwie z piąciu części iednego garca, a z wina, ktore ieſt po Złotych 15, wziąwſzy trzy z piąciu części iednego garca, będę miał $\frac{5}{5}$, to ieſt, garniec ieden wina takiego, ktorego ſprawiedliwa cena będzie Zł: 17.

Przykład drugi. Łot ſrebra iednego ieſt po Złotych 24, drugiego po Złotych 18, chcę mieć kilka łotow ſrebra, ale łot

ieden

ieden po Złotych 20, pytam ile złotnik z obu gatunkow ſrebra na ieden łot zmieſzać powinien, ażeby ten wart był Złotych 20?

	Złote	Przewyſzki
Dane Złote 20	24	2
	18	4

Summa Przewyſzek 6.

6. 1 :: 2? $\frac{2}{6}$.

6. 1 :: 4? $\frac{4}{6}$.

Z ſrebra tedy po Złotych 24, wziąwſzy dwie z ſześciu, a z ſrebra po Złotych 18, wziąwſzy cztery z ſześciu części iednego łota, będzie miał $\frac{6}{6}$ to ieſt, łot ieden ſrebra za Złotych 20.

Kiedy zaś nie dwoch, ale więcey rzeczy ceny dane będą, trzeba brać zawſze po dwie ceny uſtanowione, (z ktorych iedna koniecznie mnieyſza, druga większa nad dane pieniądze bydź powinna) y wiązać ie ſpoſobem wzwyż podanym z pieniędzmi danemi, tak żeby każda cena przynaymniey raz wiązana była. Chociaż zaś iednę cenę kilka razy wezmieſz na wiązanie iey z drugiemi, to bynaymniey nie ſzkodzi, a zwłaſzcza w tenczas, kiedy tylko ta iedna cena nad dane pieniądze ieſt większa. Niech będą *naprzykład* cztery

ry gatunki zboża: Pszenicy korzec po Zł: 14, Zyta po Złotych 11, Jęczmienia po Złotych 9, Owsa po Złotych 6, chcę mieć tych wszystkich gatunkow zboża korzec ieden za Złotych 10.

	Ceny	Przewyszki
	14	1
Dane Złote 10	11	4
	9	4
	6	1

Summa Przewyszek 10

10. 1 : : 1? $\frac{1}{10}$
10. 1 : : 4? $\frac{4}{10}$
10. 1 : : 4? $\frac{4}{10}$
10. 1 : : 1? $\frac{1}{10}$

W tym Przykładzie wiążę *naprzod* 14 y 9 ceny Pszenicy y Jęczmienia, z danemi 10 Złotemi, y mam przewyszki przy 14 iedno 1, przy 9 cztery 4, wiążę *powtore* ceny żyta y owsa, 11, y 6 z danemi 10 Złotemi, y mam Przewyszki 4 przy 11, a 1 przy 6. Toż zebrawszy wszystkie Przewyszki, y powtorzywszy Regułę Proporcyi cztery razy, dochodzę na koniec, że pszenicy iednę z dziesiąciu, żyta cztery z dziesiąciu, ięczmienia cztery z dziesiąciu, owsa iednę z dziesiąciu części iednego korca wziąwszy, mam $\frac{10}{10}$, to iest, korzec ieden tey mixtury, za Złotych 10.

Przy-

Przykład drugi. Funt Szafranu przedaią za Złotych 30, Cynamonu za Złotych 24. Gozdzikow za Złotych 8, Herbaty za Złotych 14. Daie kto Złotych 25, ażeby mu za nie nic więcey, tylko funt ieden tych wszystkich korzeni przedano, pytam ile z każdego gatunku na ten ieden funt wmieszać potrzeba?

	Ceny	Przewyszki
Dane Złote 25	30	1. 17. 11.
	24	5
	8	5
	14	5

Summa Przewyszek 44

44. 1 :: 29? $\frac{29}{44}$
44. 1 :: 5? $\frac{5}{44}$
44. 1 :: 5? $\frac{5}{44}$
44. 1 :: 5? $\frac{5}{44}$

W tym Przykładzie, że tylko iedna cena, to iest Złotych 30, większa iest nad daną cenę Złotych 25, inne zaś trzy wszystkie są od daney ceny mnieysze, z tey przyczyny cenę 30, biorę z każdą z osobna z trzech cen następuiących, y wiążę z danemi 25 Złotemi; dla tego Summa Przewyszek przy pierwszey cenie 30, na prawey stronie położonych iest naywiększa, to iest 29, ponieważ tę pierwszą cenę 30, ze wszystkiemi następuiącemi cenami wiązałem.

Po-

Powtorzywſzy potym cztery razy Regułę Proporcyi ſpoſobem wzwyż podanym, dochodzę na koniec, że wziąwſzy Szafranu dwadzieścia dziewięć ze czterdzieſtu czterech, Cynamonu pięć ze czterdzieſtu czterech, Goździkow pięć ze czterdzieſtu czterech, Herbaty pięć ze czterdzieſtu czterech części iednego funta, wypadnie $\frac{44}{44}$, to ieſt funt ieden cały wſzyſtkiego korzenia.

Doświadczenie należycie odprawioney Reguły Wiązania będzieſz miał z tąd, ieżeli wſzyſtkie części, z ktorych mixtura ſkłada ſię, liczbą łamaną wyrażone, wyrownaią rzeczy całey, iako to po każdym Przykładzie widzieć ſię daie.

Okazanie niezawodności fundamentow na Regułę Wiązania podanych.

Summa Przewyżſzek, *Differentiarum*, ktoremi ceny założone rożnią ſię przez większość lub brak (*per exceſſum, vel defectum,*) od liczby śrzedniey daney, tak ſię ma do całey mixtury, iak ſię ma każda oſobno Przewyſzka, do każdey części teyże mixtury oſobno wziętey. Z tey przyczyny w Regule Wiązania tyle razy po-

wtarza

wtarza się Reguła Proporcyi, ile iest Przewyszek, ktore dla tego kładą się naprzemian, ażeby brak ceny iedney mogł się nadgrodzić większością ceny drugiey.

Przestroga I. *Z ostatniego Przykładu rzecz oczywista iest, że każda cena przynaymniey raz wiązać, y porownywać się powinna z ceną daną pośrzednieżą, tudzież że iedna cena może się więcey razy wiązać, iako to iuż wyżey namieniło się.*

Przestroga II. *Wiązania czyli porownywania te mogą się dziać rożnemi sposobami, byle tylko śrzednią liczbę daną, zawsze wiążąc z dwoma cenami, iedną większą, drugą mnieyszą od niey. Podług rożnego zaś wiązania, rożne wypadną tey, lub owey rzeczy części, w mixturę wchodzić maiące. Czego każdy przez własne Przykłady doświadczyć może.*

PROPOZYCYA VII.

O Regule Domniemania, czyli fałszywego założenia. De Regula Positionis, vel falsi.

Reguła Domniemania, czyli fałszywego założenia, *Regula falsi* iest ta, ktora przez założenie liczby fałszywey, uczy dochodzić liczby rzetelney, ktoraby na

za-

zadanie zupełnie zadosyć uczyniła. Reguła ta iest dwoiaka, iedna prostego domniemania *Simplicis Positionis*, w ktorey iednę prostą na rozwiązanie zadaniow bierzemy liczbę, y o tey w teraznieyszey Propozycyi mowić będziemy. Druga Reguła iest dwoiakiego Domniemania, czyli dwoiakiego fałszywego założenia, *Duplicis Positionis*, o ktorey *w Propozycyi następuiącey*.

Reguła prostego Domniemania, na trzech zasadza się fundamentach.

I. Zakładam sobie liczbę, ktorą zdatną bydź rozumiem na solwowanie kwestyi, y ta zowie się założenie, *positio*.

II. Miarkuię, y roztrząsam, ieżeli liczba założona taka iest, iakiey mi potrzeba na rozwiązanie zadania uczynionego.

III. Widząc że liczba założona nie czyni zadosyć zadaney kwestyi, układam Regułę Proporcyi, za ktorey pomocą liczby prawdziwey dochodzę. Rzecz tę następuiące Przykłady naylepiey obiaśnią.

Przykład pierwszy. Pewny umieraiąc legowałna trzech Synowcow swoich 10000 Złotych, z tą kondycyą: ażeby pierwszy wziął dwa razy tyle co drugi, a drugi trzy razy tyle co trzeci. Pytam ile każdy z nich wezmie? Daymy że pierwszy

wſzy wziął 600, drugi tedy podług zadaney kweſtyi wziął 300, a trzeci wziął 100. Uważam teraz, ieżeli te wſzyſtkie Summy wynioſą 10000, bo gdyby wynioſły 10000, tym ſamym zadaniu owemu ſtałoby ſię zadoſyć. Ale zebrawſzy ie w iedno, widzę że tylko czynią 1000. Zaczym dla doyścia prawdziwey liczby, ktorą wziął pierwſzy, układam ſobie Regułę Proporcyi, w ktorey za pierwſzy termin kładę liczbę, ktora z fałſzywego założenia wypadła, to ieſt 1000, za drugi termin kładę fałſzywe założenie, iakie było w tym razie 600, za trzeci termin piſzę liczbę zadaną, to ieſt 10000, a za czwarty termin powinna wypaść liczba rzetelna, na rozwiązanie uczynionego zadania.

Jak ſię ma 1000 do 600, tak ſię powinno mieć 10000 do 6000.

1000. 600 : : 10000
600

1|000| 6000|000 |6000.

Pierwſzy tedy wezmie 6000, drugi 3000, a zatym trzeci 1000, podług kondycyi w uczynionym zadaniu założonych, ktore wſzyſtkie parcyalne Summy dodawſzy, maſz 10000, a zatym uczynioney kweſtyi zupełnie zadoſyć ſię ſtało.

Przy-

Przykład drugi. Piotra, Pawła, y Jana lata zebrane, czynią lat 100, lecz Paweł liczy trzykroć więcey nad Piotra, a Jan dwakroć więcey lat nad Pawła, pytam ile lat z nich każdy ma?

Daymy że Piotr ma lat 2, zaczym Paweł podług założoney kweftyi, ma trzy razy więcey, to ieft 6, a Jan dwa razy więcey nad Pawła, ma tedy lat 12, zebrane te wfzyftkie lata czynią 20, a miało bydź ich 100, zaczym wzwyż podanym fpofobem ułożywfzy Regułę proporcyi,

20. 2 :: 100. 10
100

2|0 |2,0|0 |10

wypadaiący czwarty termin proporcyonalny 10, wfkazuie mi lata Piotra. Bo ieżeli Piotr ma 10, tedy podług zadaney kweftyi Paweł będzie mieć 30, a zatym Jan 60, ktore wfzyftkie lata zebrane 10 + 30 + 60, czynią 100, podług uczynionego zadania.

Przykład trzeci. Pewny Kupiec fpytany, ileby wfzyftkie towary iego warte były? odpowiedział: Ceny, ktorą wfzyftkie towary moie wynofzą, wziąwfzy część trzecią, częśc czwartą. y część piątą, miałbyś Czerwonych Złotych 470. Rzecz oczy-

wifta

wiſta ieſt, że tu taką Summę znaleść potrzeba, ktorey część trzecia, część czwarta, y piąta, uczynią Czerwonych Złotych 470.

Połóżmy tedy za tę Summę, *naprzykład* Czerwonych Złotych 60, ktorych część trzecia ieſt 20, część czwarta ieſt 15, część piąta ieſt 12. Zebrawſzy teraz te wſzyſtkie części to ieſt, 20+15+12, mam 47, lecz te części miały czynić 470, układam tedy Regułę Proporcyi naſtępuiącym ſpoſobem:

47. 60 : : 470. 600

y dochodzę, że towary owe wſzyſtkie warte Czerwonych Złotych 600, ktorych trzecia część czyni 200, czwarta 150, piąta 120, a te części dodane, razem czynią Cz: Złotych 470.

Przykład czwarty. W pewnym Młynie ſą cztery kamienie, z ktorych pierwſzy miele za godzinę korcy pięć, drugi korcy cztery, trzeci korcy dwa, czwarty korzec ieden, pytam ile godzin potrzeba, ażeby te wſzyſtkie kamienie zmełły korcy 820?

Daymy że potrzeba godzin 5, za te pięć godzin pierwſzy kamień zmiele korcy 25, drugi korcy 20, trzeci korcy 10, czwarty korcy 5. Zbieram teraz te wſzyſtkie korce, ktore wynoſzą korcy

cy 60, ale mnie potrzeba korcy 820. Układam tedy Regułę Proporcyi następuiącym sposobem, ieżeli korcy 60 kamienie owe mielą za godzin 5 :: ile godzin potrzeba do zmielenia korcy 820?

Korcy	Godzin	Korcy	Godzin
60.	5 ::	820.	$68\frac{1}{3}$
		5	

```
6|0 |41,0|0|  68 1/3
    |36    |
     ----
     -50
      48
     ----
      -2
```

na korcy tedy 820, potrzeba będzie godzin 68, y minut 20.

Demonstracya. w Regule Domniemania iak się ma liczba z fałszywego założenia wynikaiąca, do liczby fałszywie założoney, tak się powinna mieć liczba dana rzetelna, do rzetelnego założenia. Zaczym grunt Reguły Domniemania zależy iedynie na porządnym ułożeniu w Proporcyą, terminow fałszywego założenia, ażeby za położeniem terminu rzetelnego na trzecim mieyscu, na czwarty termin mogło wypaść rzetelne, y trzeciemu terminowi proporcyonalne założenie.

PRO-

PROPOZYCYA VIII.

O Regule dwoiakiego fałszywewego założenia. De Regula Duplicis Positionis.

Reguła dwoiakiego założenia, przez założenie dwoch fałszywych liczb odprawuie się, y wiele ułatwia kwestyi, ktorych przez iedno proste założenie rozwiązać nie można, przeciwnie zaś, wszystkie żadania z prostego założenia, przez dwoiakie założenie z rowną snadnością solwować można. Na ktorych zaś kwestyi rozwiązanie koniecznie dwoiakiego założenia potrzeba, informacya o tym w *Przestrodze* I dana będzie.

Reguły dwoiakiego założenia cztery są fundamenta.

I. Weś za Summę, ktorey szukasz iakąkolwiek liczbę, ktora się zowie założenie, *Positio*, y roztrząśniy ią, ieżeli zadaną kwestyą ułatwić może; ktorey gdy nieczyni zadosyć, błąd w założeniu teyże liczby popełniony napisz na prawey stronie tegoż założenia, lecz z tą rożnicą: że ieżeli błąd ow iest popełniony przez większe założenie, *per excessum*, nad Summę

mę ktorey szukasz, powinieneś go pisać przy owym założeniu ze znakiem Addycyi ✱ a ieżeli błąd ow iest popełniony, przez mnieysze założenie *per defectum* nad Summę ktorey szukasz, powinieneś go pisać przy owym założeniu ze znakiem Subtrakcyi —, z ktorych znakow pierwszy ✱ znaczy większość, drugi — znaczy brak.

II. Weź powtore za drugie założenie inną liczbę od pierwszey liczby założoney większą, lub mnieyszą, podług upodobania, a roztrząsnąwszy ią tymże samym, co pierwszą, sposobem, ieżeli y ta zadaney kwestyi nie czyni zadosyć, napisz przy niey rownie, iak przy pierwszey błąd, ze znakiem większości ✱, lub ze znakiem braku —, iak ci wypadnie. Jeżeli obydwa błędy popełnione są przez większość, albo gdy obydwa popełnione są przez brak, zowią się błędy podobne, *Errores similes*. Jeżeli zaś ieden błąd iest przez większość, a drugi przez brak, to iest ieden ze znakiem ✱, drugi ze znakiem —, zowią się błędy niepodobne *Dissimiles*.

III. Gdy błędy są sobie podobne, multyplikuy założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego, y wzaiemnie założenie drugie multyplikuy przez błąd zało-

żenia pierwſzego; Toż zachodzącą między temi dwoma Produktami przewyſzkę, *Differentiam*, podzieliwſzy przez przewyſzkę zachodzącą między błędami, za Wieloraz wypadnie Summa rzetelna, ktorey ſzukaſz.

IV. Jeżeli zaś błędy ſą ſobie niepodobne *diſſimiles*. Tedy Produkta obydwa w iednę Summę zebrane, podziel przez błędy obydwa w iednę Summę znieſione, a Wieloraz wſkaże Summę rzetelną dotąd nie wiadomą. Fundamentow tych na Regułę dwoiakiego założenia podanych, maſz widoczny dowod w naſtępuiących Przykładach.

Przykład pierwſzy. Trzech Kawalerow zyſkali przy grze Czerwonych Złotych 47, lecz z tą rożnicą; że drugi wygrał piącioma więcey nad pierwſzego, a trzeci wygrał tyle, ile drugi, y nad to ieſzcze Czerwonych Złotych 10, pytam ile każdy z nich zyſkał?

Daymy że pierwſzy zyſkał Czerwonych Złotych 4, drugi tedy podług zadaney kweſtyi zyſkał Czerw: Zło: 9, a zatym trzeci Czerw: Zł: 19. Znoſzę teraz te wſzyſtkie parcyalne zyſki, to ieſt 4+9+19, y mam Czerwonych Złotych 32. Lecz ich powinno było bydź 47, błąd tedy w uczynionym założeniu popełniony ieſt przez brak

per

per defectum, od Summy rzetelney na 15. Zaczym te 15 że znakiem Subtrakcyi —, kładę na prawym boku założenia pierwszego 4 to iest: *Założenie* 4, *Błąd* — 15.

Zakładam tedy powtornie inną liczbę na ułatwienie zadaney kwestyi, mniemaiąc *naprzykład*, że pierwszy z owych Kawalerow zyskał Czerwonych Złotych 7, drugi tedy podług zadaney kwestyi zyskał 12. a zatym trzeci zyskał 22. Znoszę teraz te parcyalne zyski, to iest 7+12+22, ktore wraz zebrane, czynią Czerwonych Złotych 41.

Tym czasem miało ich bydź 47, błąd tedy y tu w założeniu 7 popełniony iest przez brak *per defectum* od rzetelney Summy na Czerwonych Zło: 6. Zaczym y te 6 że znakiem Subtrakcyi —, kładę na prawym boku założenia drugiego 7, to iest: *Założenie* 7, *Błąd* — 6.

A że w tey operacyi obydwa błędy są sobie podobne *Errores similes*, bo obydwa w założeniu popełnione przez brak, czyli przez mnieyszość od rzetelney Summy, zaczym podług informacyi daney *w Punkcie* III *tey Propozycyi*, multyplikuię założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego, to iest 4X6 = 24, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego, to iest 7X15 = 105, z ktorey multyplikacyi

dwa wynikaiące produkta mnieyſzy od większego odciągam, to ieſt 105 — 24, y mam zachodzącą między temi Produktami Przewyſzkę, *Differentiam* 81, ktorą podzieliwſzy przez 9, to ieſt przez Przewyſzkę zachodzącą między dwoma błędami, (bo 15 — 6 = 9) mam wypadaiący Wieloraz 9, ktory pokazuie, że pierwſzy Kawaler zyſkał Czerwonych Zło: 9, drugi tedy zyſkał Czerwonych Złotych 14, a zatym trzeci 24, ktore trzy zyſki parcyalne dodawſzy, to ieſt 9+14+24, mam Czerwonych Złotych 47, iaka Summa w daney kweſtyi założona była. Całey tey operacyi maſz krotki naſtępuiący wizerunek.

Pierwſze założenie 4, *Błąd* — 15
Drugie założenie 7, *Błąd* — 6

Przewyſʒka Błędow 9.
Produkt założenia pierwſʒego
z błędem założenia drugiego 4X6 = 24
Produkt założenia drugiego
z błędem założenia 1wſʒego 7X15 = 105

Przewyſʒka Produktow 81.
Podzielenie Przewyſʒki Produktow, Wieloraz
przez Przewyſʒkę Błędow 9|81| 9.

Przykład drugi. Pytagoras Filozof ſpytany wieleby miał Uczniow ſwoich? odpowiedział; że połowa ich uczy ſię Geo-

metryi, czwarta część Filozofiy, siodma część pięcioletnie zachowuie milczenie, a procz tego ma trzech innych szczegulnieyszym sposobem sobie zaleconych, pytam ile wszystkich Uczniow owych było?

Daymy że Uczniow owych było 280. Połowa ich tedy będzie 140, czwarta część 70, siodma część 40.

Zbieram tę wszystkie części to iest 140 +70+40 = 250, do ktorych dodawszy 3, mam 253. Lecz ich miało bydź 280, błąd tedy popełniłem - 27 przez brak od Summy założoney.

Daymy powtore że Uczniow owych było 112, ktorych połowa będzie 56, czwarta część 28, siodma 16. Te wszystkie części wraz zebrane, to iest 56+28+16, czynią 100, a przydawszy 3, czynią 103, lecz ich miało bydź 112, błąd tedy y tu popełniłem - 9 przez brak od Summy założoney, a ponieważ błędy są sobie podobne, to iest obydwa przez mnieyszość, zaczym zmultyplikowawszy założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, to iest 280X9 = 2520, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego, to iest 112X27 = 3024, odciągam produkt mnieyszy 2520, od produktu większego 3024, a przewyszkę między niemi zachodzącą

504 dzielę przez 18, to ieſt przez przewyſzkę między błędami 27 - 9 zachodzącą, z ktorey Dywizyi Wieloraz 28 wſkazuie owych Uczniow Pitagoreſa liczbę. Bo 28 połowa ieſt 14, czwarta część 7, ſiodma część 4, ktore wſzyſtkie części dodane 14+7+4, czynią 25, a przydawſzy 3, czynią 28.

Założenie pierwſze 280, *Błąd* — 27
Założenie drugie 112, *Błąd* — 9

Przewyſzka Błędow 18
Produkt założenia pierwſzego z błędem założenia drugiego 280X9 = 2520.
Produkt założenia drugiego z błędem założenia pierwſzego 112X27 = 3024

Przewyſzka między Produktami 504
Podzielenie Przewyſzki Produktow Wielo: *przez Przewyſzkę Błędow.* 18 | 504 | 28.

Przykład trzeci. Pewny ſpoyrzawſzy na kieſkę przyiaciela ſwego, rzecze mu: zdaie mi ſię że w tey kieſce maſz 100 Czerwonych Złotych, ktoremu drugi odpowiedział, myliſz ſię, ale gdybym miał tyle dwoie co mam, y czwartą część tego, y gdybyśmi ieſzcze z twoich pieniędzy przydał Cz: Złoty 1, w tenczas dopiero Summa moich pieniędzy wynioſłaby Czerwonych Złotych 100.

Daymy

Daymy że miał Czerwonych Zło: 48, do ktorych przydawszy drugie tyle, to iest 48, y czwartą część tego, to iest 12, y procz tego ieszcze Czerwony Złoty 1, mam wszystkich ogołem 48+48+12+1, Czerwonych Złot: 109. Lecz ich miało bydź spełna 100, błąd tedy popełniony iest przez większe założenie nad Summę zadaną + 9.

Daymy powtore że miał Czerwonych Złotych 40, do ktorych przydawszy drugie 40, y czwartą część 10, y 1, mam wszystkich 91, miało ich zaś bydź 100, błąd tedy w założeniu stał się przez mnieyszość nad Summę rzetelną − 9.

W tym Przykładzie, że błędy wypadły przez znaki przeciwne, bo błąd pierwszy ze znakiem +, a błąd drugi ze znakiem −. Zaczym podług informacyi daney w *Punkcie* IV *tey Propozycyi*, multyplikuię *naprzod* założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, to iest 48X9 = 432, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego, to iest 40X9 = 360. Toż Summę z tych Produktow zebraną 432+360 = 792, podzieliwszy przez Summę błędow, to iest przez 18, Wieloraz 44 pokazuie, że pieniędzy owych w kiescе było Czerwonych Złotych 44, do ktorych przydawszy dru-

gie

gie tyle, to iest 44, y czwartą część 11, y procz tego 1, mam 100 Summę w zadaney kwestyi wyrażoną.

Pierwſze założenie 48. *Błąd* + 9
Drugie założenie 40. *Błąd* – 9

Summa Błędow 18.

Produkt założenia pierwſzego z błędem założenia drugiego 48X9 = 432
Produkt założenia drugiego z błędem założenia pierwſzego 40X9 = 360

Summa Produktow 792.

Podzielenie Summy Produktow przez Summę Błędow 18 | 792 | 44. Wieloraz.

Przykład czwarty. W pewney Fortecy byli na załodze Francuzi, Szwaycarowie, y Niemcy. Liczba Francuzow wziętych wraz z Szwaycarami czyniła - - 5000
Liczba Szwaycarow z Niemcami 7000
A liczba Francuzow z Niemcami 6000.
Pytam ile z każdego Narodu żołnierzy było, tudzież ile było wszystkich wraz wziętych?

Daymy że Francuzow było - 1600
Szwaycarow tedy powinno było bydź 3400
A Niemcow - - - - - - - 3600.

Francuzi więc z Szwaycarami, czynią 5000, Szwaycarowie z Niemcami, czynią 7000, y dotąd kondycyom zadaney kwestyi stało się zadosyć. Ale

Ale Francuzi z Niemcami: czynią tylko 5200, powinni zaś byli czynić 6000. Błąd tedy stał się w założeniu na 800, przez mnieyszość od Summy potrzebney, to iest — 800.

Biorę tedy na drugie założenie Francuzow 1800, toć Szwayçarow powinno bydź 3200, a Niemcow 3800. W tym drugim założeniu, Francuzi z Szwaycarami, czynią 5000, Szwaycarowie z Niemcami czynią 7000, ale Francuzi z Niemcami czynią tylko 5600, a powinni byli czynić 6000. Błąd tedy y tu popełniony iest na 400 przez mnieyszość od Summy założoney, to iest — 400.

A że błędy obydwa są sobie podobne przez brak od Summy potrzebney. Zaczym zmultyplikowawszy założenie pierwsze, przez błąd założenia drugiego 1600X400 = 640000, a założenie drugie przez błąd założenia pierwszego 1800X 800 = 1440000. Przewyszkę 800000 (bo 1440000 — 640000 = 800000) dzielę przez 400, to iest przez Przewyszkę zachodzącą między błędami (bo 800 — 400 = 400 a Wielorąz 2000 pokazuie liczbę Francuzow, Jeżeli tedy Francuzow było 2000, toć Szwayçarow musiało bydź 3000, a Niemcow 4000, a zatym podług zadaney

kwestyi

kweſtyi Francuzi z Szwaycarami 2000+3000 = 5000, Szwaycarowie z Niemcami 3000+4000 = 7000, Francuzi z Niemcami 2000+4000 = 6000.

Wſzyſcy zaś wraz wzięci Francuzi Szwaycarowie y Niemcy, czynią 9000.

Założenie pierwſze	1600	*Błąd*	— 800
Założenie drugie	1800	*Błąd*	— 400
		Przewyżſka Błędow	400

Produkt zał: pier: z błędem założenia drugiego 1600X400 = 640000
Produkt zał: dru: z błędem założenia pierwſzego 1800X800 = 1440000

Przewyżſka między Produktem 800000
Podzielenie Przew: Prod: przez Przewyżſkę Błędow 4|00 |8,000|00 | 2000. Wieloraz

Przeſtroga I. *Ktora zaś kweſtya przez iedno proſte założenie ułatwiona bydź nie może, ale na rozwiązanie iey koniecznie dwoiakiego założenia potrzeba, naſtępuiącym ſpoſobem naylepiey poznaſz. Ilekolwiek do zadaney kweſtyi przyłączona ieſt, iaka pewna, y determinowana liczba, ktorą do fałſzywego założenia przydać potrzeba, tyle razy Reguła dwoiakiego założenia bydź ma zażyta. Tak w* Przykładzie pierwſzym tey Propozycyi *liczby 5, y 10, ktore do uczynionego założenia przydać potrzeba, wſkazuią że kweſtya owa przez Regułę dwoiakiego założenia*

łożenia rozwiązana bydź powinna. w Przykładzie drugim *Uczniow 3*, w Przykładzie trzecim *Czerwony Złoty 1*, w Przykładzie czwartym *Francuzow z Szwaycarami, Szwaycarow z Niemcami, y Niemcow z Francuzami determinowana liczba, Regułę dwoiakiego założenia znaczą.*

Nieprzeczę że są niektore kweſtye, ktore y w tym razie przez Regułę proſtego założenia rozwiązać można, iaka ieſt kweſtya y w Przykładzie drugim *o Uczniach Pytagoreſowych zadana, z tym wſzyſtkim y między temi ieſzcze kweſtyami rożne zakładać excepcye, za rzecz mniey potrzebną ſądzę, iednę powſzechną między niemi uſtanowiwſzy rożnicę, od ktorey przez partykularne uchylaiąc ſię excepcye, nie zawſze moglibyśmy ſię błędu uſtrzedz.*

Przeſtroga II. *Na to zaś w Regułach proſtego, y dwoiakiego założenia, wzgląd naywiękſzy mieć potrzeba, ażeby za pierwſze założenia takich liczb dobierać, ktoreby były do ułatwienia uczynioney kweſtyi nayzdatnieyſze, y ſpełna na rożne części, dzielić ſię mogące, bez Frakcyi. Inaczey albowiem trudności, y zamatwania w Operacyach uchronićbyśmy ſię nie mogli. Procz tego potrzeba dobierać na pierwſze założenia liczb iak naymnieyſzych można, czym w multyplikacyi, w znoſzeniu, y w dywizyi, niemało ſobie trudności oſzczędziemy.*

Prze-

Przeſtroga III. Demonſtracyą *Regul na dwoiakie założenie podanych naywłaściwſzą mieć można z Algebry. Inne zaś Demonſtracye, ktore Rachmiſtrze z kąd inąd alleguią, ſą nader długie, y zamatwane, ktore tu zatym pomiiam.*

PROPOZYCYA IX.

Danym dwom liczbom, trzecią liczbę proporcyonalną wynaleść.

Multyplikuy drugą liczbę przez ſiebie ſamę, czyli (co iedno ieſt,) zrob z niey Kwadrat, a Produkt z tey multyplikacyi wypadaiący podzieliwſzy przez liczbę pierwſzą, za Wieloraz wyniknie trzecia liczba, danym dwom liczbom proporcyonalna. Niech będą *naprzykład* dane dwie liczby 2. 8, do ktorych trzeciey liczby proporcyonalney ſzukam. Multyplikuię 8X8 a produkt 64, podzieliwſzy przez 2 mam 32, trzeci termin proporcyonalny gdyż ∺ 2. 8. 32, bo iako 2 w 8, tak 8 w 32, cztery razy ſpełna mieści ſię. Fundament tego maſz *w Lemma* I.

Przeſtroga. *Jeżeli dane dwie liczby będą między ſobą pierwſze* numeri inter ſe primi, *to ieſt, ieżeli ieden w drugim ſpełna kilkakroć brać ſię nie może, tedy trzecia liczba propor-*

porcyonalna, nie w ſamey liczbie Całkowitey, ale z przyłączoną Frakcyą wypadnie. Tak dawſzy dwie liczby 2. 5, *znayduię* przez tę Propozycyą *trzecią liczbę proporcyonalną* 12 + ½, *to ieſt* ∺ 2. 5. 12 + ½.

PROPOZYCYA X.

Między dwiema danemi liczbami, śrzednią liczbę proporcyonalną wynaleść.

Śrzednia liczba proporcyonalna między dwiema danemi liczbami nazywa ſię ta, ktora tak ſię ma do iedney z liczb danych, iako wzaiemnie druga z liczb danych ma ſię do niey, tak: żeby obydwie dane liczby były po kraiach, a liczba wynaleziona we śrzodku między niemi znaydowała ſię, a zatym raz wzięta była iako *Conſequens* względem liczby pierwſzey, drugi raz iako *Antecedens* względem liczby trzeciey.

Niech będą dane dwie liczby 4 y 16, między ktoremi ſzukam liczby śrzedniey proporcyonalney. Multyplikuy te dwie dane liczby między ſobą, a z Produktu wyciągniy Scianę Kwadratową, ta będzie oraz śrzednim terminem między danemi

dwoma

dwoma liczbami proporcyonalnym. Tak 4X16 = 64, z tych 64 wyciągnąwszy Scianę Kwadratową 8, ta będzie między 4 y 16, srzednim terminem proporcyonalnym to iest ∺ 4. 8. 16, bo iako 4. 8. tak 8. 16. Fundament tego masz w *Lemma* I.

Przestroga I. *Jeżeli Produkt danych dwoch liczb nie iest rzetelny Kwadrat, ani Sciany Kwadratowey prawdziwey wyciągnąć z niego niemożna bez reszty, tedy między takiemi liczbami średniey liczby proporcyonalney znaleść żadną miarą nie można. Bo daymy* naprzykład *2. 5, będzie tedy* 2X5 = 10, *a* $\sqrt{}^2$ 10 = $3\frac{1}{6}$ przez Propoz: II Rozdziału III, *a zatym byłyby w Proporcyi ciągnioney* ∺ 2. $3\frac{1}{6}$. 5, *co iest fałsz. Bo zredukowawszy te wszystkie liczby do iednego Denominatora* przez Prop: III Rozdz: II, *będzie* $\frac{12}{6}$ $\frac{19}{6}$ $\frac{30}{6}$, *a* przez Punkt III Propoz: IV Rozdz: IV *12. 19. 30, ktore terminy żadną miarą między sobą proporcyonalne bydź niemogą.*

Przestroga II. *Ze zaś każdy Kwadrat można brać, niby multyplikowany przez iedno 1, zatym idzie, że Sciana Kwadratowa iest średnią liczbą proporcyonalną między iednym, y swoim własnym Kwadratem, tak 4 Sciana Kwadratowa 16, iest średnia liczba proporcyonalna między 1, y 16, a zatym* ∺ *1. 4. 16, są względem siebie w Proporcyi ciągnioney. Bo 1.* 4 : : 4. 16.

PRO-

PROPOZYCYA XI.

Między dwoma danemi liczbami, dwie liczby śrzednie proporcyonalne wynaleść.

Kwadrat pierwszey liczby daney multyplikuy przez liczbę drugą, a z Produktu wyciągniona Sciana Sześciogranna, pokaże pierwszą śrzednią liczbę proporcyonalną. Podobnież Kwadrat drugiey liczby multyplikuy przez pierwszą liczbę daną, a z Produktu wyciągniona Sciana Sześciogranna pokaże drugą śrzednią liczbę proporcyonalną. Tak chcąc znaleść między dwiema danemi liczbami 2 y 16, dwa terminy śrzednie proporcyonalne, *naprzod* 4 Kwadrat z 2 multyplikuy przez 16, a z Produktu 64 wyciągnąwszy Scianę Sześciogranną 4, ta iest pierwszą śrzednią liczbą proporcyonalną, *powtore* 256 Kwadrat z 16 drugiey liczby daney, multyplikuy przez 2, a z Produktu 512 wyciągnąwszy Scianę Sześciogranną 8, ta iest drugą śrzednią liczbą proporcyonalną między 2 y 16. A zatym 2. 4. 8. 16. maią między sobą proporcyą ciągnioną, gdyż iak się maią 2 do 4, tak się maią 4 do 8, a iak się maią 4 do 8, tak się maią 8 do 16.

Prze-

Przeſtroga. *Jeżeli z Produktu Kwadratu iedney liczby multyplikowanego przez liczbę drugą, Sciany Sześciogranney bez Frakcyi wyciągnąć nie można, tedy między takiemi liczbami śrzednie liczby proporcyonalne żadną miarą wynalezione bydź niemogą, iako się* w Przeſtrodze I po Propozycyi poprzedzaiącey *powiedziało*.

PROPOZYCYA XII.

W ktorey czyni ſię zadoſyć niektorym potrzebnym Zadaniom przez Reguły Arytmetyczne w tym Rozdziale podane.

ZADANIE I. Piotr winnym będąc Janowi 3432 Złotych, uſtępuie mu Kamienicy, od ktorey naięcia brał corocznie 800 Złotych, pytam wiele lat Jan Kamienicę owę w długu ſwoim wytrzymować powinien?

Ułoż Regułę Proporcyi naſtępuiącym ſpoſobem, ieżeli za Złotych 800 Kamienica owa naymuie ſię na rok ieden, a za Złotych 3432 na wiele lat naięta będzie? 800. 1 :: 3432. $4\frac{29}{100}$. Czwarty termin wypadaiący pokazuie że na lat 4 y dwadzieścia dziewięć ze ſtu części piątego roku, co czyni dni około 105.

ZA-

ZADANIE II. Kupiec łożył Czerwonych Złotych 500 na kupienie pewney materyi, ktorey było łokci 400, a chcąc zyskać na Kapitale swoim Czerwonych Złotych 80, pytam za iaką cenę łokieć ieden przedawać powinien?

Złącz zysk założony 80 z pieniędzmi łożonemi na towar $80 + 500 = 580$, a potym ułoż Regułę Proporcyi tak: Jeżeli za łokci 400 chcę mieć Czerwonych Złotych 580, coż będę miał za łokieć 1? y wypadnie coś mniey nad pułtora Czerwonego Złotego:

$$400.\ 580 :: 1.\ 1 + \tfrac{9}{25}.$$

ZADANIE III. Pewny Pan sprzedał Pałac za Czerwonych Złotych 9072, za ktory był zapłacił Czer: Zł: 8400, pytam ile na każdym stu zyskał?

Ułoż Regułę Proporcyi tak: ieżeli 8400 wniosły 9072, coż wniosło każde 100? y wypada za czwarty termin proporcyonalny 108. Na każdym tedy stu zyskał Cz: Złotych 8:

$$8400.\ 9072 :: 100.\ 108.$$

ZADANIE IV. Jan ma wypłacić Pawłowi w lat trzy Czerwonych Złot: 660, to iest na Rok każdy Czerwon: Zło: 220. Z tym wszystkim Summę tę ofiaruie się natychmiast kredytorowi oddać, ieżeliby

mu 10 na każdym 100 relaxował; pytam ile wypłacić będzie powinien?

Przyłącz zyſk 10 do 100 = 110, a Regułę Proporcyi powtarzaiąc trzy razy, (ile ieſt lat) mow: *naprzod* ieżeli 110 zamienia ſię w 100, czyli *przez Propoz: IV tego Rozdziału* Ieżeli 11 zamieniaią ſię w 10, w coż ſię zamienią pierwſzego Roku 220, y maſz 200. *Powtore.* Ieżeli 11 zamieniaią ſię w 10, w coż ſię zamienią drugiego Roku 200? y maſz $181\frac{9}{11}$. *Potrzecie.* Ieżeli 11 zamieniaią ſię w 10, w coż ſię zamienią trzeciego Roku $181\frac{9}{11}$? y maſz $165\frac{35}{121}$. Zbierz teraz wſzyſtkie trzy, ktore wypadły czwarte terminy proporcyonalne, to ieſt $200 + 181\frac{9}{11} + 165\frac{35}{121}$, a te pokażą Summę Czerwonych Zł: $547 + \frac{13}{121}$, ktorąby podług założoney kondycyi Jan Pawłowi powinien wypłacić.

Przeſtroga I. *Pomniy że w tey y w innych tego rodzaiu kweſtyach, nie można mowić, ieżeli 100 zamieniaią ſię w 90, w coż ſię zamienią 220? ale potrzeba koniecznie dodać zyſk 10 do 100, gdyż w tym razie o nic więcey nie idzie, tylko o znieſienie prowizyi. Z tey przyczyny taż prowizya 10 dodaie ſię do Kapitału 100, ażebyśmy mieli 110 pierwſzy termin Reguły złotey.*

ZADANIE V. Bierze kto na kredyt Czerwonych Zł: 500 z prowizyą 10 od 100

na

na Rok, z tą kondycyą: że ieżeli nie wypłaci coroczney prowizyi, ta będzie wchodzić w Kapitał, z nową od niey y od Kapitału razem prowizyą. Stało się że przez całe trzy lata nic niewypłacił, pytam się ile mu Kapitału owego razem z prowizyą od prowizyi urosło?

Przyłącz 10 do 100, masz 110, toż przez Regułę Proporcyi mow: *naprzod* ieżeli za Czerwonych Złotych 100. należy się Czerwonych Złotych 110, czyli ieżeli za 10 należy się 11, coż za 500? y masz 550. to iest 500 Kapitału, 50 Prowizyi. *Powtore.* Jeżeli za 10, należy się 11, coż za 550? y masz 605. *Potrzecie.* Jeżeli za 10, należy się 11, coż za 605? masz $665 + \frac{1}{2}$ Summę, ktorą za Kapitał, za prowizyą od Kapitału, y za prowizyą od prowizyi, po trzech leciech wypłacić potrzeba będzie.

Ztąd wniesiesz że Kapitał dany, iaki tu iest 500, y Summy następuiące przez Regułę Proporcyi wynalezione, są względem siebie w Proporcyi ciągnioney, tak: $\div$ 500. 550. 605. $665 + \frac{1}{2}$, gdyż między wszystkiemi taż sama zachodzi Proporcya, co między 10, y 11.

Przestroga II. *Prowizya o ktorey w tym ostatnim Zadaniu mowa była, rzeczona lichwa od lichwy, czyli lichwa żydowska, Prawem iest zakazana.*

ROZDZIAŁ V.

O Progressyach, czyli skokach Arytmetycznych, y Geometrycznych, y o ich Regułach.

De Progressionibus Arithmeticis & Geometricis.

Progressya czyli skok w liczbach nic innego nie iest, tylko nieprzerwany szereg liczb wielu, w iedneyże do siebie będących proporcyi, y tenże sam wzgląd do siebie maiących. Jeżeli większość, lub mnieyszość, *excessus vel defectus*, ktoremi się terminy ciągnących się liczb, wiążą między sobą, będą też same, rowne, y iednostayne, iako *naprzykład* 1, 3, 5, 7, 9, gdzie każdy termin następuiący dwoma iest większy nad poprzedzaiący swoy termin, alboli też 15, 12, 9, 6, 3, gdzie każdy termin następuiący trzema iest mnieyszy od terminu poprzedzaiącego, tedy Progressya takowa zowie się skokiem, czyli Progressyą Arytmetyczną, *Progressio Arithmetica.* Jeżeli zas terminy owe, maią między sobą ciągnioną Proporcyą Geometryczną, tak iak się w poprzedzaiącym

Rozdziałę powiedziało, tedy wzgląd ten między niemi nazywa się skokiem. czyli Progressyą Geometryczną, *Progressio Geometrica*.

Reguły obydwu tych Progressyi, z ktorych o każdey z osobna mowić będziemy, do tego naywięcey zmierzaią, ażeby wszystkich, ilekolwiek bydź ich może terminow szereg, krotko y bez naprzykrzoney w przydłuższych Rachunkach tęsknicy, w iednę Summę znosić umieliśmy.

O Skokach czyli Progressyach Arytmetycznych.
De Progressionibus Arithmeticis.

LEMMATA.

LEMMA I. W Progressyi Arytmetyczney z ilukolwiek terminow składaiącey się, Summa terminow kraynych, to iest zebranie w iednę kwotę pierwszego y ostatniego terminu, rowna się Summie dwoch terminow, od tychże krain rownie odległych. Tak w sześciu następuiących terminach Progressyi Arytmetyczney

1, 3, 5, 7, 9, 11,
$1+11 = 3+9 = 12,$
$1+11 = 5+7 = 12.$

LEM-

LEMMA II. W Progressyi Arytmetyczney, w ktorey terminy nie są do pary. Summa kraynych terminow, albo dwoch ktorychkolwiek terminow, rownie od krain swoich odległych, dwa razy większa iest nad termin śrzedni. Tak w następuiącey Progressyi

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13,

Summy 1 a 13, 3 a 11, 5 a 9, zawsze dwakroć są większe od 7, liczby w samym śrzodku daney Progressyi będącey.

LEMMA III. W każdey Progressyi Arytmetyczney, termin ktorykolwiek wzięty zamyka w sobie, termin pierwszy to iest, termin naymnieyszy, y przewyszkę, ktora między terminami zachodzi, tyle razy wziętą, ile iest terminow od pierwszego terminu aż do niego. Tak w następuiącey Progressyi.

1, 3, 5, 7, 9, 11,

Termin czwarty tey Progressyi 7, zamyka w sobie pierwszy termin 1, y przewyszkę 2, ktora w tym razie między terminami zachodzi, trzy razy wziętą, tak: $7 = 1+2+2+2 = 7$. Podobnymże sposobem 9, termin piąty, zamyka w sobie pierwszy termin 1 y przewyszkę 2 cztery razy wziętą, bo $9 = 1+2+2+2+2 = 9$, rownie y 11 termin szosty, zamyka w sobie termin pierwszy 1, y przewyszkę 2 pięć razy wziętą bo $11 = 1+2+2+2+2+2 = 11$. Z tąd

Z tąd wnieś, że ieżeli przez przewyſzkę między terminami w Progreſſyi Arytmetyczney zachodzącą, zmultyplikuieſz liczbę terminow wſzyſtkich procz pierwſzego, a do Produktu dodaſz termin pierwſzy naymnieyſzy, tedy wypadnie naywiękſzy termin w owey Progreſſyi. Tak w *poprzedzaiącym Przykładzie* przez przewyſzkę 2, zmultyplikowawſzy liczbę terminow ktorych ieſt procz pierwſzego 5, a do produktu dodawſzy pierwſzy naymnieyſzy termin 1, będzieſz miał 11, termin naywiękſzy w owey Progreſſyi, bo $2 \times 5 = 10$, a $10 + 1 = 11$.

PROPOZYCYA I.

Gdy dane będą, naymnieyſzy y naywiękſzy, to ieſt pierwſzy y oſtatni w Progreſſyi Arytmetyczney terminy, y liczba wſzyſtkich terminow, znaleść wſzyſtkich owych terminow Summę generalną.

Złącz termin naymnieyſzy z naywiękſzym, a Summę zmultyplikowawſzy przez połowę wſzyſtkich terminow, Produkt ztąd wynikaiący pokaże Summę generalną całey owey progreſſyi. *Przy-*

Przykład. Chcę wiedzieć wiele czynią wszystkie uderzenia godzin na Zegarze, zacząwszy od pierwszey aż do dwunastey, w ktorym biciu zegarow iest Progressya Arytmetyczna liczb naturalnym porządkiem idących 1, 2, 3, 4, 5, &c. W tey Progressyi naymnieyszy termin iest 1, naywiększy 12, wszystkich terminow Progressyi iest także 12. Zatym podług Reguły wyżey podaney, naymnieyszy termin 1, złączywszy z naywiększym terminem 12, mam 13, ktorą Summę zmultyplikowawszy przez połowę terminow wszystkich, to iest przez 6, 13X6, produkt 78, wskazuie wszystkie uderzenia godzin na zegarze od pierwszey, aż do dwunastey, Produkt ten 78 podwoiwszy, mam uderzenia na zegarze przez cały dzień naturalny 78X2 = 156.

Reguła ta gruntuie się na *Lemma* I, przez ktore, że Summa terminow kraynych rowna iest ktorymkolwiek dwom terminom od tychże krain rownie odległym, z tey przyczyny, Produkt z pierwszego y ostatniego terminu, przez połowę terminow zmultyplikowanego, koniecznie rowny bydź musi Summie wszystkich terminow w progressyi będących, multyplikacya albowiem nic innego nie iest, tylko Addycya kilkakroć powtorzona.

Z tąd wnieś, że ieſzcze Summę całey Progreſſyi Arytmetyczney będzieſz miał, *naprzod* ieżeli przez połowę Summy z pierwſzego y oſtatniego terminu zebraney, liczbę wſzyſtkich terminow zmultyplikuieſz. *Powtore*. Jeżeli Summę pierwſzego y oſtatniego terminu, przez całą liczbę terminow zmultyplikowawſzy produkt, podzieliſz przez 2. *Potrzecie*. A że w Progreſſyi Arytmetyczney terminow nieparzyſtych, termin ſrzedni rowny ieſt połowie Summy z pierwſzego y z oſtatniego terminu znieſioney, podług *Lemma* II, ztąd idzie, że przez termin ſrzedni zmultyplikowawſzy liczbę terminow nieparzyſtych, produkt da Summę wſzyſtkich terminow Progreſſyi.

PROPOZYCYA II.

Gdy dane będą, termin naymnieyſzy y naywiękſzy, y liczba terminow w Progreſſyi Arytmetyczney, znaleść przewyſzkę, między terminami owey Progreſſyi.

Od naywiękſzego terminu odciągniy termin naymnieyſzy, a reſztę podzieliwſzy

liwſzy przez liczbę terminow iednym zmnieyſzoną, Wieloraz wſkaże przewyſzkę między terminami progreſſyi. Tak *w Przykładzie z poprze: Propozycyi*, o uderzeniach zegaru od pierwſzey do dwunaſtey, od naywiękſzego terminu 12, odciągniy termin naymnieyſzy 1, a reſztę 11 podzieliwſzy przez liczbę terminow iednym zmnieyſzoną, to ieſt przez 12 − 1 = 11, Wieloraz 1, pokazuie przewyſzkę w progreſſyi tey zachodzącą, to ieſt: że każdy naſtępuiący termin od terminu poprzedzaiącego iednym ieſt większy.

Fundament tey prawdy gruntuie ſię na *Lemma* III. Bo 12 zamyka w ſobie naymnieyſzy termin 1, y procz tego przewyſzkę tyle razy wziętą, ile ieſt terminow w progreſſyi, zacząwſzy od 1, aż do 12, to ieſt 11, a zatym odciąwſzy termin naymnieyſzy, reſzta zamyka w ſobie tyle razy przewyſzkę, ile ieſt terminow progreſſyi, zmnieyſzonych iednym 1, z tey przyczyny reſztę owę podzieliwſzy przez liczbę terminow iednym zmnieyſzoną, przewyſzka między terminami zachodząca wypaść powinna.

PRO-

PROPOZYCYA III.

Gdy dane będą, termin naymnieyſzy, przewyſzka, y liczba terminow, znaleść termin naywiękſzy.

Przez przewyſzkę multyplikuy daną liczbę terminow iednym zmnieyſzoną, a do produktu dodawſzy termin naymnieyſzy, Summa ztąd wynikaiąca będzie naywiękſzym terminem.

Przykład. Hetman pewny zdobycz przy dobyciu Miaſta wzięta, każe dzielić między 40 żołnierzy, ktorzy pierwſi wpadli do Fortecy, z tą kondycyą: ażeby oſtatni wziął Czerwo: Złotych 100, przed oſtatni 130, trzeci od końca 160, y tak daley w progreſſyi z przewyſzką 30, pytam ile pierwſzemu z nich przypadło? W tym Przykładzie naymnieyſzy termin ieſt 100, Przewyſzka 30, liczba terminow 40, zmultyplikowawſzy tedy przez liczbę terminow iednym zmnieyſzoną, to ieſt przez 39 przewyſzkę 30, a do produktu 1170, przydawſzy termin naymnieyſzy 100, maſz w progreſſyi tey, termin naywiękſzy 1270, ile Czerwo: Zło: pierwſzemu z owych 40 żołnierzy w nadgrodę doſtało ſię. Fundament tego maſz *w Lemma* III.

PRO-

PROPOZYCYA IV.

Gdy dane będą, termin naymnieyſzy, y termin naywiękſzy, y przewyſzka między terminami, znaleść liczbę wſzyſtkich terminow w progreſſyi Arytmetyczney.

Od terminu naywiękſzego odciągniy termin naymnieyſzy, a reſztę podzieliwſzy przez przewyſzkę, Wieloraz iednym powiękſzony liczbę wſzyſtkich terminow pokaże.

Przykład pierwſzy. Zakupił kto pewną liczbę Xiąg tak: że za pierwſzą Xięgę płacił groſzy 2, za drugą groſzy 4, za trzecią groſzy 6, y tak daley w progreſſyi przez 2 rosnącey, za oſtatnią zapłacił gr: 400, pytam, ile Xiąg zakupił? Odciągniy naymnieyſzy termin 2, od terminu naywiękſzego 400, a reſztę 398 podzieliwſzy przez przewyſzkę 2, wypada Wieloraz 199, ktory powiękſzywſzy iednym maſz 200 liczbę wſzyſtkich terminow, to ieſt Xiążek ktorey ſzukałeś.

Przy-

Przykład drugi. Pewny Rzemieślnik zgodził się od roboty tak: żeby mu od niey pierwszego dnia płacono groszy 20. drugiego groszy 25, trzeciego groszy 30, y tak dałey w progressyi przez przewyszkę 5 rosnącey. Stało się, że dnia ostatniego skończywszy robotę wziął groszy 165; pytam ile dni na owey robocie strawił? Odciągniy termin naymnieyszy 20, od terminu naywiększego 165, a reisztę podzieliwszy przez przewyszkę 5, y do Wielora-za 29. przydawszy 1, masz 30 liczbę terminow, czyli dni na owey robocie strawionych. Fundament tey Propozycyi masz z *Lemma* III.

O skokach czyli Progressyach Geometrycznych, De Progressionibus Geometricis.

LEMMA IV. W każdey Progressyi Geometryczney, ieżeli ktorykolwiek termin przez siebie samego zmultyplikowany będzie, a produkt podzielony, przez pierwszy termin progressyi, Wieloraz ztąd wynikaiący, będzie terminem dwa razy daley odległym od terminu pierwszego, niżeli termin ow przez siebie samego zmultyplikowany.

kowany. Tak w naſtępuiącey Progreſſyi Geometryczney:

2, 4. 8, 16, 32.

termin trzeci 8, zmultyplikowawſzy przez ſiebie, a produkt 64 podzieliwſzy przez pierwſzy termin 2, maſz Wieloraz 32. ktory termin dwakroć odlegleyſzy ieſt od terminu pierwſzego 2, niżeli termin 8 przez ſiebie multyplikowany. Wſzakże od 2 do 8 dwa, a od 2 do 32 cztery mieyſca zachodzą. Bo termin 32, ieſt trzeci termin proporcyonalny do dwoch terminow 2 y 8 przez *Propozycyą* X. *Rozd:* IV. A zatym 32, tyle razy zamyka w ſobie 8 (to ieſt dwa razy termin pośrzedniczy 16) ile razy 8 zamyka w ſobie 2, (to ieſt dwa razy termin pośrzedniczy 4.) Więc że 32 tyle odległe ieſt od 8, ile 8 odległe ieſt od terminu pierwſzego 2, to ieſt mieyſcami dwoma, przeto 32 dwa razy tylu mieyſcami odległe ieſt od pierwſzego terminu 2, ilu mieyſcami 8, raz odległe ieſt, od tychże 2, terminu pierwſzego.

Ztąd idzie, że ieżeli pod każdą Progreſſyą Geometryczną napiſane będą liczby porządkiem naturalnym, zaczynaiąc od Cyfry, tak: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. tedy każdy w progreſſyi owey termin, ktory wypada z podzielenia przez termin pierwſzy, produktu z multyplikacyi ktorego-

kolwiek

kolwiek terminu przez siebie samego, będzie miał pod sobą numer dwakroć większy od numeru, pod terminem przez siebie zmultyplikowanym, leżącego. Tak w wyrażoney wzwyż Progressyi Geometryczney, napisawszy pod każdą progressyą liczby naturalne, zaczynaiąc od Cyfry:

2, 4, 8, 16, 32.
0, 1, 2, 3, 4.

termin ostatni 32, ma pod sobą figurę 4, dwakroć większą nad 2, pod osmią leżące.

Numery te pod terminami Progressyi Geometryczney położone, ktore zowią się Wskazuiące, *Exponentes, vel indices progressionis*, wskazuią, iak daleko każdy termin odległy iest, od terminu pierwszego. Wskazuią zaś mieysce, czyli liczbę terminow progressyi iednym zmnieyszoną. Tak 32, ktorych *Exponens* iest 4, są piątym terminem w progressyi. Co proszę pomnieć.

LEMMA V. W każdey Progressyi Geometryczney, ieżeli dwa iakiekolwiek terminy z sobą multyplikowane będą, a produkt podzielony przez pierwszy termin progressyi, za Wieloraz wypadnie termin, tylu mieyscami odległy od terminu pierwszego, ile iedności, zamykaią w sobie *Exponentes*, obydwu terminow multyplikowa-

wa-

wanych, razem wzięte. Tak w następuiącey progressyi:

5. 10. 20. 40. 80. 160 &c.
0. 1. 2. 3. 4. 5.

multyplikuiąc z sobą dwa ktorekolwiek terminy *np.* 10X40, a produkt 400 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, masz n. Wieloraz termin 80, ktory w tey progressyi czteroma mieyscami od pierwszego terminu iest odległy, iako to wskazuią *Exponentes* multyplikowanych przez się terminow 1+3 = 4.

Ztąd wnieś, że do wynalezienia ktoregokolwiek w daney progressyi terminu. potrzeba między sobą dwa terminy w owey progressyi takie multyplikować, ktorych *Exponentes* wraz wzięte zamykałyby w sobie tyle iedności, *unitates*, iednym zmnieyszonych, ile ich zawiera liczba, w ktorey termin ma bydź, ktorego szukasz, a produkt ztąd wynikaiący podzieliwszy przez termin pierwszy, Wieloraz będzie owym terminem, ktorego szukasz. Tak w daney wyżey progressyi, szukaiąc terminu szostego, pod ktorym ma bydź *Exponens* 5, multyplikuy 20 przez 40, pod ktoremi *Exponentes* będące, czynią 5, toż produkt 800 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, masz 160 termin szosty w daney Progressyi.

PRO-

PROPOZYCYA V.

Gdy dane będą, termin naymnieyſzy, y naywiękſzy, y Denominator (*) teyże Progreſſyi Geometryczney, znaleść ile wynoſi Summa generalna wſzyſtkich owych terminow wraz zebranych.

Od terminu naywiękſzego odciągniy termin naymnieyſzy, a reſztę podzieliwſzy przez Denominatora Progreſſyi iednym zmnieyſzonego, Wieloraz złącz z terminem oſtatnim, a te na ow czas wſzyſtkich terminow w prograſſyi owey będących Summę pokażą.

Przykład. Uſtępuie kto konia przyiacielowi ukowanego na cztery nogi, z tą tylko kondycyą, aby mu zapłacił ſame ufnale, ktorych znayduie ſię w podkowach 32, a to w ten ſpoſob: ażeby za pierwſzy

O ufnal

(*) Denominator Progreſſyi, ieſt to, po czym poznaiemy wzgląd proporcyi między liczbami w progreſſyi owey będącemi, zachodzący, to ieſt: czyli proporcya ieſt podwoyna, czy potroyna, &c.

ufnal zapłacił grosz 1, za drugi groszy 2, za trzeci groszy 4, za czwarty groszy 8. y tak daley zawsze w podwoyney proporcyi Geometryczney, pytam iaka iest Summa groszy za wszystkie ufnale w tey progressyi zapłaconych?

Za ufnal ostatni, to iest 32, w progressyi przypada groszy 2147483648, od tego ostatniego terminu w progressyi odciągniy termin pierwszy 1. a resztę 2147483647 podzieliwszy przez Denominatora progressyi iednym zmnieyszonego, to iest przez 2 — 1, że 1 liczb nie dzieli, masz za Wieloraz tęż samę Summę 2147483647, do ktorey przydawszy ostatni termin w progressyi, to iest Summę groszy za ufnal ostatni przypadaiącą, wypadnie 2147483647 + 2147483648 = 4294967295, Summa groszy za wszystkie ufnale należących się, ktorą podzieliwszy przez 30, będziesz miał cenę owego konia Zł: Polskich 143165576, y groszy 15.

Demonstracya. W każdey Progressyi Geometryczney, iak się ma Denominator progressyi iednym zmnieyszony, do iednego, tak się ma naywiększy termin, naymnieyszym terminem zmnieyszony, do Summy ze wszystkich terminow w progressyi zebranych, wyiąwszy tenże sam termin ostatni. Tak dawszy *naprzykład* następuiącą

iącą Progressyą Geometryczną w proporcyi potroyney, *in proportione tripla* 3. 9. 27. 81. 243, będzie się miał Denominator 3, zmnieyszony iednym, do 1, to iest, 2. 1, iak się ma termin naywiększy zmnieyszony terminem naymnieyszym, to iest 243 - 3 = 240, do całey Summy progressyi, wyiąwszy tenże sam ostatni termin to iest, do 3+9+27+81 = 120

2. 1 : : 240. 120.

a zatym podzieliwszy 240 przez 2, masz 120; do tych 120 dodawszy ostatni termin 243, masz 363, Summę wszystkich terminow w owey progressyi będących, 120+243 = 363.

Przestroga I. *Progressyi podwoyney zaczynaiącey się, od iednego 1, krotszym sposobem całą Summę znaydziesz, podwoiwszy ostatni termin, a od produktu odciąwszy 1. Tak w Przykładzie pierwszym tey Propozycyi, podwoy ostatni termin 2147483648, a od produktu 4294967296, odciąwszy 1, masz 4294967295, tęż samę Summę, co y przedtym. Przyczyna tego oczywista iest: bo Denominator iednym zmnieyszony iest 1, ktore dzielić liczb nie może. Zaczym do Wieloraza dodać w tym razie, ostatni termin nic innego nie iest, tylko wziąć go dwa razy, czyli podwoić.*

Przeſtroga II. *Z Progreſſyi podwoyney zaczynaiącey ſię od 1, 1.2.4.8.16.32. &c. wynikaią liczby, rzeczone liczby doſkonałe,* numeri perfecti, *dla tego, że wßyſtkim ſwoim częściom, ſpełna podzielić ie mogącym, ſą rowne, iako 6. 28. 496 &c. Wynikaią zaś tym ſpoſobem,* naprzod, *dodaią ſię porządkiem terminy podwoyney Progreſſyi, poki aż ich Summa nie uczyni liczby pierwßey,* numerum primum, *to ieſt, liczby takiey, ktorey nic na rowne części, procz iednego 1 podzielić nie może, to ieſt* $1+2=3$. $1+2+4=7$. $1+2+4+8+16=31$. Powtore. *Liczba ta pierwßa,* naprzykład *3, albo 7, albo 31 multyplikuie ſię przez liczbę na ſamym końcu dodaną, a dopiero z produktu ich wynika liczba doſkonała,* numerus perfectus. *Jako w danym Przykładzie* $3\times2=6$, $7\times4=28$, $31\times16=496$. *Tymże ſpoſobem y inne liczby doſkonałe ſtaią ſię, ktorych bardzo mało ieſt, iako, y innych w naturze rzeczy, ktoreby ſię zupełnie doſkonałemi nazwać mogły. Bo biorąc do dzieſiątka, taka liczba ieſt tylko iedna 6, biorąc do ſta, 28, biorąc do tyſiąca, 496, do dzieſięciu tyſięcy 8128. Wßyſtkie zaś liczby takowe kończą ſię na 6, lub na 8.*

PRO-

PROPOZYCYA VI.

Gdy danych będzie kilka terminow Progressyi Geometryczney, znaleść, ktorykolwiek inny termin następuiący w teyże progressyi, nie dochodząc nawet terminow śrzednich między nim, a danemi terminami zachodzących.

Niech będą dane *naprzykład* następuiące terminy w Progressyi Geometryczney:

5. 10. 20. 40. 80. 160.
0. 1. 2. 3. 4. 5.

w ktorey progressyi chcę znaleść termin dwudziesty. *Exponens* iego będzie 19, to iest liczba iednym mnieysza od liczb progressyi, przez *Lemma* IV. Biorę teraz ktorykolwiek termin tey progressyi, *naprzykład* 80, położony na mieyscu piątym, a od mieysca pierwszego odległy czteroma mieyscami, toż zmultyplikowawszy go przez się, to iest 80X80, Produkt 6400 dzielę przez pierwszy termin 5, Wieloraz 1280, dwa razy od terminu pierwszego odle-

odlegleyszym będzie, niżeli 80, to iest ośmiu mieyscami, y będzie położony na mieyscu dziewiątym, a *Exponens* iego będzie 8, przez *Lemma* IV.

Weś znowu, dopiero wynaleziony termin dziewiąty 1280, y multyplikuy go przezeń samego, toiest 1280X1280, a produkt 1638400, podzieliwszy przez termin pierwszy 5, Wieloraz 327680 będzie terminem w teyże samey progressyi dwa razy odlegleyszym od terminu pierwszego, niżeli termin dawniey wynaleziony 1280, to iest szesnastu mieyscami, y będzie położony na mieyscu siedmnastym, a *Exponens* iego będzie 16. Ze zaś 16 *Exponens* terminu siedmnastego od 19, *Exponensa* terminu dwudziestego, ktorego szukam, rożni się przez brak, *per defectum* 3, zaczym multyplikuy ten termin siedmnasty iuż wynaleziony, przez termin taki, ktorego w tey progressyi *Exponens* iest 3, to iest 327680X40, a Produkt ztąd wypadaiący 13107200, podzieliwszy przez termin pierwszy 5, Wieloraz 2621440, będzie terminem w daney progressyi dwudziestym, a *Exponens* iego będzie 19.

Demonstracya tey Operacyi iest bardzo snadna, iako z *poprzedzaiących Lemmatow* IV, y V oczywiście wynikaiąca.

Ztąd

Ztąd wnieś, że toż ſamo ieſt ſzukać w daney progreſſyi terminu 20, co ſzukać terminu takiego, ktoregoby *Exponens* był 19, iednym mnieyſzy nad termin ktorego ſzukam.

PROPOZYCYA VII.

Zamykaiąca w ſobie kilka ciekawych z Progreſſyi Geometryczney Zadaniow.

ZADANIE I. Gdyby z iednego ziarna Pſzenicy wſianego, więcey nad ſto ziarn każdego roku niewyroſło, pytam ile zboża, z iednego ziarna pſzenicy za lat 10 mogłoby ſię rozmnożyć?

Progreſſya Geometryczna w tym razie ieſt ſetna. Zaczym pierwſzego roku byłoby ziarn 100, drugiego 10000, trzeciego roku 1000000, y tak daley w progreſſyi przez 10 roſnącey. Znaydziy przez *Prop: poprze:* dzieſiąty termin w tey progreſſyi, to ieſt 100000000000000000000, a odciągnąwſzy od niego termin pierwſzy 100, reſztę podziel przez Denominatora Progreſſyi iednym zmnieyſzonego, to ieſt przez 99. Toż do Wieloraza z tey dywizyi

zyi wynikaiącego, dodawszy ostatni termin, będziesz miał wszystkich ziarn przez *Prop:* V. Summę następuiącą:

10101010101010101010100,

ktore ziarna, ieżeli ieden korzec, będzie ich brał w siebie 5000000, uczynią korcy 20202020202020, ktorychby całey Polski nie obięły Szpichlerze.

ZADANIE II. Pan maiący coroczney intraty milion Złotych Polskich, chce arendować iednemu z Przyiacioł swoich wszystkie Dobra, pod tą kondycyą, ażeby mu corocznie w iednym tylko Miesiącu wypłacił, pierwszego dnia grosz 1, drugiego groszy 2, trzeciego groszy 4, czwartego groszy 8, y tak daley postępuiąc zawsze w progressyi podwoyney Geometryczney, pytam ile wyniesie Summa ktorąby za cały Miesiąc potrzeba wypłacić?

Znaydziy przez *Prop: poprzed:* tey podwoyney progressyi termin trzydziesty, ktory iest: 536870912, ktory podwoy, a od Summy podwoioney odciąwszy iedno 1, masz groszy wszystkich 1073741823 przez *Przestrogę* I *Propo:* V, ktore zredukowawszy na Złote, masz Summę Złotych 35791394.

ZADANIE III. Pewny Kawaler wziąwszy w Sukcessyi po Oycu swoim Wsi 50, przedaie ie z tą kondycyą: ażeby mu za pier-

pierwszą dano Taler bity 1, za drugą 2 Talery bite, za trzecią 4, za czwartą 8, y tak daley, zawsze w progressyi podwoyney, chcę wiedzieć, ilę Talerow bit: za te wszystkie Wsi daćby potrzeba?

Na termin pięćdziesiąty tey progressyi przypadnie cena Wsi ostatniey Taler: bit. 562949953421312. Summę tę podwoiwszy, a od podwoioney odciąwszy termin pierwszy 1, masz Summę wszystkich Talerow bitych 1,125,899,906,842,623, to iest: tysiąc sto dwadzieścia pięć Bilionow, ośm set dziewięćdziesiąt dziewięć tysięcy Milionow, dziewięć set, sześć Milionow, ośm set czterdzieści dwa Tysiące, sześć set dwadzieścia, y trzy Talerow bitych, iakiey Summy, naypotężnieyszy na świecie Monarcha zapłacićby niepotrafił.

ZADANIE IV. Scheramus Krol Jndyi, pewnemu Jndyiczykowi imieniem Dahir, ktory wynalazł grę Szachow, dał na wybior obrania sobie iakiey chce nadgrody. Ow o nic więcey nie prosił, tylko ażeby mu iedno ziarno Pszenicy na pierwszym Kwadracie w Szachownicy położone, w Proporcyi Geometryczney podwoyney na każdy Kwadrat dawano, aż do ostatniego, to iest do 64 Kwadratu. Bardzo mała rzecz owa zdała się bydź Krolowi, lecz gdy Arytmetycy w rachunki Pszenicy

owey weſzli, pokazało ſię, że ani w Pańſtwie owego Krola, ani na całym świecie, tak wiele Pſzenicy znaleść ſię nie może, to ieſt: 18,446,744,073,709,551,615. Doświadczenie tey prawdy maſz z *Propozycyi* V *y* VI *tego Rozdziału.*

ROZDZIAŁ VI.

O Liczbach Łamanych Dzieſiątkowych. De Fractionibus Decimalibus.

Definicye, czyli Opiſania gruntowne.

DEFINICYA I. Liczby łamane dzieſiątkowe ſą te, ktorych Denominatory w Proporcyi dzieſiątkowey zaczynaiącey ſię od iednego 1, poſtępuią, to ieſt: 1, 10, 100, 1000, 10000, &c. Tak imaginuiąc ſobie iaką miarę, *naprzykład* ſtopę, łokieć, funt, albo linią proſtą, na dzieſięć części rownych podzieloną, gdy znowu każdą z tych pierwſzych części na dzieſięć innych części, a każdą z drugich, znowu na dzieſięć innych nowych części podzieloną weźmiemy, y tak daley, ile ſię komu podoba, z podziału tego wynikaią Frakcye

dzie-

dzieſiątkowe, ſetne, tyſiączne, ſto tyſiączne, &c. ktore inaczey zowią ſię części pierwſze, części drugie, trzecie, czwarte. *Primæ, ſecundæ, tertiæ, quartæ*, &c. Dla rozeznania ich kładą ſię nad niemi znaki liczbą Kościelną I, II, III, IV, V, a nad liczbami Całkowitemi kładą ſię Cyfry o. Tak naſtępuiąca Frakcya dzieſiątkowa

o I II III IV
5 8 6 4 2

znaczy pięć rzeczy iakich Całkowitych, *np.* pięć ſtop, y ośm pierwſzych, ſześć drugich, cztery trzeciech, dwie czwartych części, ſzoſtey ſtopy. Łubo doſyć ieſt nad oſtatnią figurą znak położyć, a liczby całkowite punktem przy początku odſtrychnąć, tak *napr:*

IV
5. 8642, ktora Frakcya toż ſamo znaczy, iak gdybym napiſał:

$$5 + \frac{8}{10} + \frac{6}{100} + \frac{4}{1000} + \frac{2}{10000} = \frac{58642}{10000}$$

Szczegulnie tedy dla wygody, y dla ſkrócenia trudności zachodzącey w rachunkach, dzieſiątkowe te Frakcye piſzą ſię nakſztałt liczb Całkowitych, bez Denominatora ſpoſobem wzwyż opiſanym to ieſt:

IV
5. 8642.

Przeſtroga I. *Kreſki tedy owe, czyli znaki dzieſiątkowe, ktore ſię liczbą Kościelną nad*

nad numerami kładą, zaſtępuią mieyſce Denominatorow, tak w naſtępuiącey Frakcyi

$5.\overset{I}{8}\,\overset{II}{6}\,\overset{III}{4}$

kreſka I *znaczy Denominatora* 10, *kreſki* II *znaczą Denominatora* 100, *kreſki* III *znaczą Denominatora* 1000 *&c. właśnie iak gdyby Frakcye owe ordynaryinie tak napiſane były:* $\frac{8}{10}\ \frac{6}{100}\ \frac{4}{1000}$.

Przeſtroga II. *A zatym dzieſiątkowe Frakcye bardzo łatwo redukuią ſię do iednego Denominatora, dodawſzy na końcu ich tyle Cyfer kreſkami dzieſiątkowemi naznaczonych, ile potrzeba będzie. Tak gdy Frakcyą dzieſiątkową* $3.\overset{I}{5}$ *chceſz redukować do części drugich, to ieſt do ſetnych, lub do części trzeciech, to ieſt do tyſiącznych, lub do części czwartych, to ieſt do dzieſięć tyſiącznych, ſetne będzieſz miał, przydawſzy na końcu daney Frakcyi cyfrę z dwoma kreſkami tak:* $3.\ 5\overset{II}{0}$; *Tyſiączne będzieſz miał, przydawſzy na końcu daney Frakcyi dwie cyfry z trzema kreſkami nad oſtatnią, tak:* $3.\ 50\overset{III}{0}$, *dzieſięć tyſiączne będzieſz miał, przydawſzy na końcu daney Frakcyi trzy cyfry z czteroma kreſkami nad oſtatnią, tak:* $3.\ 500\overset{IV}{0}$. *Bo w takowym razie cena danych Frakcyi, bynaymniey ſię nie odmienia, gdyż* $\overset{I}{5} = 5\overset{II}{0}.\ \overset{I}{5} = 50\overset{III}{0}$, *y tak daley.*

Prze-

Przeſtroga III. *Jeżeli liczbie Całkowitey ilekolwiek cyfer z znakami dzieſiątkowemi dodaß, wewnętrzny iey walor bynaymniey ſię nie odmieni, tak gdy do 3 dodaß* $\overset{III}{0\,0\,0}$ = $3.\overset{III}{0\,0\,0}$ *walor trzech bynaymniey ſię nie odmienia, zawße albowiem te 3 znaczą trzy rzeczy iakie całkowite* np. *Złote. Bo* $3.\overset{III}{0\,0\,0}$ = $\frac{3000}{1000}$ = 3.

Przeſtroga IV. *Przed Frakcyami dzieſiątkowemi, w ktorych niemaß liczby całkowitey, kładzie ſię na początku cyfra* 0, *tak Frakcya naſtępuiąca* $\frac{8}{10}$ *piße ſię* $0.\overset{I}{8}$. *Frakcya* $\frac{24}{100}$ *piße ſię* $0.2\overset{II}{4}$ *Frakcya* $\frac{725}{1000}$ *piße ſię* $0.7\,2\,\overset{III}{5}$, *czym waloru ſwego bynaymniey nie odmieniaią.*

DEFINICYA II. W Frakcyach dzieſiątkowych, liczby zowią ſię tegoż ſamego gatunku, czyli tegoż ſamego ſtopnia, ktorych też ſame ſą Denominatory, czyli też ſame kreſki. Tak w naſtępuiących dwoch dzieſiątkowych Frakcyach, pierwßzey $0.\overset{I}{5}\,\overset{II}{6}\,\overset{III}{7}\,\overset{IV}{9}$, drugiey $0.\overset{I}{0}\,\overset{II}{4}\,\overset{III}{5}$. Frakcye 6 y 4, tudzież 7 y 5, zowią ſię iednego ſtopnia, gdyż nad obiema, iednakowe kreſki, czyli tenże ſam ieſt Denominator, tak właśnie, iak gdyby pierwße Frakcye były $\frac{6}{100}$ y $\frac{4}{100}$, a drugie $\frac{7}{1000}$ y $\frac{5}{1000}$.

DE-

DEFINICYA III. Progreſſya dzieſiątkowa przerwana, *Progreſſio decimalis interrupta*, zowie ſię ta, w ktorey znayduią ſię *naprzykład* części tyſiączne, ale części ſetnych, lub dzieſiątkowych żadnych niemaſz, iako *naprzykład* $4.\overset{I}{2}\,\overset{IV}{5}$, gdzie części ſetnych, y tyſiącznych niemaſz. Mieyſca atoli, na ktorych te ſetne, y tyſiączne części znaydowaćby ſię powinny, ſpełniaią ſię cyframi tak: $4.\overset{I}{2}\,\overset{II}{0}\,\overset{III}{0}\,\overset{IV}{5}$, podobnież $3.\overset{II}{5}\,\overset{V}{7} = 3.05007$. Tudzież $\frac{5}{1000} = 0.00\overset{III}{5}$. a $3 + \frac{54}{1008} = 3.004\overset{IV}{5}$, zawſze albowiem tych Frakcyi, tenże ſam ieſt walor, iako to iuż *wPrzeſt:* II y III powiedziało ſię.

PROPOZYCYA I.

Frakcye dzieſiątkowe, dodawać, y odciągać. Decimales addere, & ſubtrahere.

Frakcye dzieſiątkowe, ktore maſz zbierać, lub odciągać, tak *naprzod* ułożyć potrzeba, ażeby liczby z iednakowemi Denominatorami wzaiemnie ſobie korreſpondowały przez *Defin:* II, a ieżeli progreſſya między niemi będzie przerwana,

iako

iako w naſtępuiącym *drugim Przykładzie*, tedy mieyſca w niey prożne cyframi ſpełniaią ſię, przez *Definicyą* III. *Powtore*. Tak ułożywſzy Frakcye, dodaią ſię, lub odciągaią ſpoſobem o Addycyi, y Subtrakcyi w *Rozdziale* I przepiſanym.

Przykłady Addycyi.

Przykład pierwſzy.

Frakcye dane $3.24\overset{III}{5}$

$7.3\overset{II}{9}$

Summa $10.63\overset{III}{5}$

Przykład drugi.

Frakcye dane $5.\overset{I}{2}\overset{III}{7} = 5.20\overset{III}{7}$

$6.\overset{I}{4}\overset{II}{5} = 6.4\overset{II}{5}$

Summa $11.65\overset{III}{7}$

Fundament całey tey Operacyi ieſt oczywiſty. Jeżeli albowiem Frakcye dzieſiątkowe w *pierwſzym Przykładzie* dane do iednego Denominatora zredukuiemy przez *Pr:* II, będziemy mieć przez *Prz:* I Frakcyą pierwſzą taką $\frac{3245}{1000}$, a Frakcyą drugą taką $\frac{7390}{1000}$, ktore dodawſzy razem będzie $\frac{3245}{1000} + \frac{7390}{1000} = \frac{10635}{1000} = 10.63\overset{III}{5}$ przez *Defin:* I.

Przy-

Przykłady Subtrakcyi.

Przykład pierwszy.

Liczba większa $4.\ 57\overset{III}{2}$

Liczba mnieysza $1.\ 2\overset{II}{9}$

Reszta $3.\ 28\overset{III}{2}$

Przykład drugi.

Liczba większa $7.\ \overset{I}{4}\ \overset{III}{2} = 7.\ 40\overset{III}{2}$

Liczba mnieysza $\overset{II}{3}\ \overset{III}{5} = 0.\ 03\overset{III}{5}$

Reszta $7.\ 36\overset{III}{7}$

Fundament tey operacyi tenże sam iest, co Addycyi. Bo ieżeli w *Przykładzie pierwszym*, obydwie Frakcye do iednego Denominatora zredukuię przez *Prze:* II, będzie przez *Przestr:* I. Frakcya większa $= \frac{4572}{1000}$, a Frakcya druga $= \frac{1290}{1000}$, a zatym Frakcyą mnieyszą odciągnąwszy od Frakcyi większey, będzie $\frac{4572}{1000} - \frac{1290}{1000} = \frac{3282}{1000} = 3.\ 28\overset{III}{2}$, przez *Defin:* I.

Przestroga. *Chcąc od liczb całkowitych odciągnąć Frakcye dziesiątkowe, przyday do liczb całkowitych tyle cyfer, ile iest kresek*

nad

nad oſtatnią figurą, Frakcyi daney do odciągnienia. Tak maiąc odciągać od 8 liczb całkowitych, trzy ſetne, to ieſt $0.0\overset{\shortparallel}{3}$, *doday do* 8 *dwie cyfry, a będzieſz miał* $8.0\overset{\shortparallel}{0} - 0.0\overset{\shortparallel}{3} = 7.9\overset{\shortparallel}{7}$

PROPOZYCYA II.

Frakcye dzieſiątkowe multyplikować. Decimales multiplicare.

Frakcye dzieſiątkowe multyplikuią ſię iak liczby całkowite, o ktorych w *Pro:* V. *Rozdziale* I, niemaiąc żadnego względu na kreſki nad figurami Frakcyi do multyplikowania danych, położone. Lecz ażeby w produkcie można było odłączyć liczby całkowite od części dzieſiątkowych, z tey przyczyny zbieraią ſię kreſki nad liczbami danemi do mnożenia położone, ktorych Summa powinna ſię kłaść nad oſtatnią figurą produktu, a odciąwſzy w produkcie tyle figur od prawey ręki, ile ieſt kreſek nad oſtatnią, te ktore ſię z lewey ręki po tym odcięciu zoſtaią, będą znaczyły liczby całkowite.

Przykład pierwszy.

```
          II
     4. 0 5
          I
       3. 2
   ---------
     8 1 0
   1 2 1 5
   ---------
          III
Produkt 1 2. 9 6 0
```

Przykład drugi.

```
            III
     0. 7 4 5
            II
          4 2
   -----------
     1 4 9 0
   2 9 8 0
   -----------
              V
Produkt 0. 3 1 2 9 0
```

Przykład trzeci.

```
                    IV
           0. 0 0 0 3 5 6
                    IV
              0. 0 0 4 8
           --------------
                 2 8 4 8
               1 4 2 4
           --------------
                        X
Produkt 0. 0 0 0 0 0 1 7 0 8 8
```

Sposob ten na multyplikacyą Frakcyi dziesiątkowych podany przez się iest oczywisty, w pierwszym albowiem Przykładzie $\overset{II}{4.05} = \frac{405}{100}$, a $\overset{I}{3.2} = \frac{32}{10}$ przez *Defin:* I, a przez *Prop:* X *Rozdz:* II $\frac{405}{100} \times \frac{32}{10} = \frac{12960}{1000} = \overset{III}{12.960}$ przez *Defi:* I, y *Przest:* I.

Z tegoż pierwszego Przykładu rzecz oczywista iest, że tylko trzy figury dziesiątkowe od końca produktu odcinaią się,

dla

dla tego, iż w obydwu Frakcyach do multyplikowania danych, trzy tylko kreſki dzieſiątkowe były. W innych zaś dwoch Przykładach, iż Frakcye do mnożenia dane więcey maią kreſek, niżeli produkta ich maią, z tey przyczyny dodaie ſię na lewey ſtronie produktow, cyfer tyle, ile ich potrzeba do wyrownania liczbie kreſek, nad Frakcyami danemi do mnożenia położonych. Procz tego kładzie ſię na ſamym początku cyfra z punktem, na oznaczenie mieyſca liczb całkowitych.

Przeſtroga I. *Jeżeliby zaś w ktorey z liczb do multyplikowania danych, progreſſya dzieſiątkowa przerwana była, ſpełnić ią naprzod cyframi potrzeba przez* Definicyą III. *Tak chcąc multyplikować* $\overset{I}{4}\,\overset{III}{5} \times 3.\overset{II}{2}$ *dopełniam naprzod cyframi obydwie dane Frakcye,* $\overset{I}{4}\,\overset{III}{5} = 40\overset{III}{5}$, *a* $3.\overset{II}{2} = 3.0\overset{II}{2}$. *Też zmultyplikowawſzy ie między ſobą, mam produkt* $1.2231\overset{V}{0}$.

Przeſtroga II. *A gdy iedna liczba będzie całkowita, druga zaś w Frakcyach dzieſiątkowych, tedy w produkcie tyle tylko od końca odcina ſię figur, ile ieſt kreſek nad oſtatnią figurą iedney owey Frakcyi. Tak* $3 \times 4.2\overset{II}{5} = 12.7\overset{II}{5}$.

P2 PRO-

PROPOZYCYA III.

Frakcye dziesiątkowe dzielić, Decimales dividere.

Przez Frakcyą ktora iest Dzielnikiem, podziel Frakcyą do dzielenia daną, tak iak się mowiło o dzieleniu liczb całkowitych w *Propo:* VI *Rozdziale* I, na rozeznanie zaś w Wielorazie liczb całkowitych od części dziesiątkowych, liczbę kresek będących w Dzielniku, odciągniy od liczby kresek będących w liczbie podzielney, reszta pokaże ile figur w Wielorazie od prawey ręki, na części dziesiątkowe odciąć potrzeba, ażeby ie rozeznać od liczb całkowitych. Jeżeli zaś w Wielorazie figur położonych mniey iest, tedy na początku dodaią się cyfry; iako tego masz wizerunek w Przykładzie trzecim.

Przykład pierwszy.

II	V	III
3	0.13563	4.521

Przykład drugi.

II	III	I
5.24	18.864	3.6

Przykład trzeci.

III	VIII	V
27.589	0.35400000	0.01283

Ope-

Operacyi tey w dzieleniu Frakcyi dziesiątkowych fundament ieſt niezawodny. Bo wziąwſzy na dowod *Przykład pierwſzy*, Dzielnik $\overset{II}{3}$ przez *Defin:* I $= \frac{3}{100}$, a liczba do podzielenia dana $0.1356\overset{V}{3} = \frac{13563}{100000}$, a zatym podług Reguł na dywizyą Frakcyi w *Rozdziale* II podanych, dzieląc Numeratora 13563, przez Numeratora 3, y Denominatora 100000, przez Denominatora 100, tak iak gdyby były liczby całkowite, maſz za Wieloraz $\frac{4521}{1000} = 4.52\overset{III}{1}$ przez *Defin:* I, ktory Wieloraz tenże ſam w *Przykładzie pierwſzym* wypadł.

Przeſtroga. *Gdyby w Dzielniku, lub w liczbie podzielney progreſſya przerwana była, tedy ſpełniwſzy wprzod wakuiące mieysca cyframi, odpraw potym Dywizyą ſpoſobem wzwyż podanym.*

PROPOZYCYA IV.

Liczbę całkowitą, lub liczbę łamaną na części dzieſiątkowe redukować.

Daymy *naprzod*, że maſz redukować na części *np.* dzieſiątkowe, liczbę całkowitą 6, multyplikuy 6X10, a pod produktem 60 napiſawſzy Denominatora 10, będzieſz miał Frakcyą z danym Denomina-

I

natorem $\frac{60}{10} = 6.0$ przez *Definicyą* I. Podobnież redukuiąc liczbę całkowitą 28 do części ſetnych, maſz $28 \times 100 = \frac{2800}{100} =$

II

28.00.

Daymy *powtore* Frakcyą $\frac{3}{5}$ ażeby ią redukować na części tyſiączne. Przez Licznika 3 multyplikuy 1000, a produkt 3000 podziel przez Mianownika 5, Wieloraz 600 będzie Numeratorem nowey Frakcyi z Denominatorem 1000, $\frac{600}{1000}$ ktora ieſt daney Frakcyi we wſzyſtkim rowna,

III

$\frac{3}{5} = \frac{600}{1000} = 0.600$

Podobnież czyń, chcąc redukować Frakcyą $\frac{3}{7}$ na części ſtotyſiączne, to ieſt do Denominatora 100000, a będzieſz miał Fra-

V V

kcyą $\frac{3}{7} > 0.42857$, ale (*) < 0.42858, to ieſt że Frakcya $\frac{3}{7}$ coś więcey czyni, nad

V

tę Frakcyą ſtotyſięczną 0.42857, ale mniey

V

od tey Frakcyi ſtotyſiączney 0.42858, od ktorey uchyla ſię przez brak Frakcyi $\frac{1}{100000}$. Ta bowiem Frakcya dzieſiątkowa wynaleziona ieſt przez naybliżſze przychylenie ſię do daney Frakcyi $\frac{3}{7}$, y w prawdziwych bez braku terminach żadną miarą wyrażona bydź nie może, iako uważa wielki Filozof Wolfiuſz. Prze-

(*) Znaki te $>$ y $<$ pierwſzy $>$ bierze ſię u Matematykow za znak większości, a drugi $<$ za znak mnieyſzości.

Przeſtroga. *Zażycie tey Propozycyi wielce potrzebne ieſt, iuż to do podzielenia liczb, w ktorych po oſtatnim odciągnieniu zoſtaie ſię cokolwiek, iuż do wyciągania Scian. Bo w oboim tym razie za pomocą tey Propozycyi, możeſz mieć Frakcyą dzieſiątkową coraz bardziey a bardziey do rzetelnych terminow Wieloraza, lub Sciany przychylaiącą ſię. Fundament całey tey Operacyi niezawodny naſz z Reguły Proporcyi, bo wziąwſzy naprzykład z drugiego Przykładu Frakcyą* $\frac{3}{5} = \frac{600}{1000}$; 5. 3 :: 1000. 600.

PROPOZYCYA V.
Części dzieſiątkowe do iakiegokolwiek danego Denominatora redukować.

Chcąc wiedzieć ile funtow Kamienia Warſzawſkiego zamykaią w ſobie następuiące Frakcye dzieſiątkowe 750^{III}? Poniewaz kamień ieden Warſzawſki dzieli ſię na funtow 32, idzie zatym, że danę Frakcye dzieſiątkowe potrzeba redukować do Denominatora 32, a że przez *Definicyą* I, części dzieſiątkowe 750^{III} rowne ſą następuiącey Frakcyi $\frac{750}{1000}$ z tey przyczyny multyplikuię Numeratora 750 przez danego świeżo Denominatora 32, to ieſt 750X32, a pro-

a produkt 23000 podzieliwszy przez 1000 Denominatora dziesiątkowego, mam $\frac{23}{32}$, a zatym 750 = $\frac{23}{32}$. Części tedy dziesiątkowe do zredukowania wzwyż dane, czynią dwadzieścia trzy, ze trzydziestu dwoch części kamienia Warszawskiego, to iest: czynią funtow 23. W tey operacyi czyniemy ordynaryinie podług sposobu podanego w *Prop: IV Rozdz:* II o redukowaniu Frakcyi do iakiegokolwiek danego Mianownika.

PROPOZYCYA VI.

Z Frakcyi dziesiątkowych Scianę Czworgranną, y Sześciogranną wyciągnąć.

Sposob wyciągania Scian Czworgrannych, lub Sześciogrannych, z liczb tak całkowitych, iako też, y z liczb łamanych ordynaryinych podany iest dostateczny w *Rozdziale* III, gdzie o tym mieysce mowienia było. Na wyciąganie zaś Scian z Frakcyi dziesiątkowych Matematycy partykularne podaią Reguły.

Reguły na wyciąganie Scian Czworgrannych z Frakcyi dziesiątkowych.

I. Jeżeli Frakcya dziesiątkowa dana do wyciągnienia z niey Sciany Kwadratowey,

towey, nad oſtatnią ſwoią figurą ma kreſek do pary, iako w naſtępuiącym *Przykładzie pierwſzym*, tedy wyciąga ſię z niey Sciana Kwadratowa tak, iak z liczb całkowitych, przez *Prop:* I *Rozd:* III, a nad oſtatnią wyciągnioney Sciany figurą kładzie ſię połowa kreſek, będących nad oſtatnią figurą Frakcyi daney, do wyciągnienia z niey Sciany Kwadratowey.

II. Jeżeli zaś kreſki, nad oſtntnią figurą daney Frakcyi ſą nieparzyſte, iako w *Przykładzie drugim*, tedy za przydaniem iedney cyfry, zamieniſz ie w parzyſte, iako tu widziſz wtymże ſamym *Przykładzie*, a dopiero wyciągnąwſzy z liczby owey Scianę Kwadratową ordynaryinym ſpoſobem, nad oſtatnią iey figurą napiſzeſz połowę kreſek owych parzyſtych, y operacyą zakończyſz.

Przykład pierwſzy		*Przykład drugi.*	
II	I	III	
23.04	4.8	22.500	
		IV	II
		22.5000	4.74

Reguły na wyciąganie Scian Sześciograniastych z Frakcyi dzieſiątkowych.

I. Jeżeli kreſki nad oſtatnią figurą daney Frakcyi dzieſiątkowey położone na trzy części ſpełna podzielić ſię mogą, iako w *Przykładzie pierwſzym naſtępuiącym*,

tedy

tedy wyciągnąwszy z Frakcyi owey sposobem, w *Prop:* III *Rozd:* III podanym, Scianę Sześciogranną, nad ostatnią iey figurą napisz trzecią część kresek leżących nad Frakcyą daną do wyciągnienia z niey Sciany Sześciogranney.

II. Jeżeli zaś kresek owych nad ostatnią figurą daney Frakcyi położonych na trzy części spełna rozciąć nie można, iako w *Pr: drugim*, tedy doday do owey Frakcyi tyle cyfer, ażeby kreski nad ostatnią z nich położone, mogły bydź rozcięte na trzy części spełna, toż z Frakcyi tym sposobem spełnioney, wyciągnąwszy Scianę Sześciogranną, y nad ostatnią iey figurą napisawszy trzecią część kresek owych, operacyą zakończysz.

Przykład pierwszy. | *Przykład drugi.*

III 1.728 | I 1.2

IV 26.2144

VI 26.214400 | II 2.97

Demonstracya tey Operacyi taż sama iest, co, y wyższych. Bo zrobiwszy Sześciogran z iednego 1, z kilku cyframi potroynemi, Scianą iego Sześciogranną będzie, toż samo iedno 1, z tylu cyframi, ile cyfer potroynych przydałeś: tak $\sqrt[3]{1000} = 10$. $\sqrt[3]{1000000} = 100$. $\sqrt[3]{1000000000} = 1000$. Z tey przyczyny

nad

nad ostatnią figurą wyciągnioney Sciany Sześciogranney, kładzie się trzecia część kresek, ktore były nad ostatnią figurą Frakcyi daney; kreski albowiem owe są zamiast Denominatorow, iako się wyżey powiedziało.

Przestroga I. *Szymon Stewinus Frakcyi Dziesiątkowych wynalazca, pierwszy podał sposob do zażywania tychże Frakcyi zamiast liczb łamanych ordynaryinych, y ten przemysł iego z wielką w Rachunkach Matematycznych wygodą iest wzięty, zwłaszcza że z Frakcyami tego rodzaiu z daleko większą snadnością, y tak właśnie iak z liczbami całkowitemi postępować sobie można. Następuiący zaś po nim Matematycy Tacquet, Prestet, Reyneau, y Wolfiusz, przemysł ten wielce potrzebny obiaśnili, utwierdziwszy go własnemi Demonstracyami, ktorych w Stewinie niedostawało.*

Przestroga ostatnia. *Nauka o Frakcyach dziesiątkowych przy początkach Algebry, ktora iest kluczem do całey Matematyki nayprzednieyszym, dawana bydź zwykła. Z tym wszystkim dogadzaiąc wygodzie tych, ktorzy Xiążki o Algebrze nie tak łatwo do ręki mieć mogą, szczegulnieysze o Fracyach dziesiątkowych Reguły krotko tu zebrałem, za ktorych pomocą, z większą łatwością, dalszey Matematyki Reguły, poymą.*

REGESTR
ROZDZIAŁOW, y PROPOZYCYI.

Prop: I

ROZDZIAŁ III.

O Wyciąganiu Scian z liczb danych.

Prop: IV.

ROZDZIAŁ IV.

O Regułach wyżſzey Arytmetyki.

RO-

ROZDZIAŁ V.

O Progressyach, czyli skokach Arytmetycznych, y Geometrycznych, y o ich Regułach.

ktory-

ROZDZIAŁ VI.

O liczbach łamanych dziesiątkowych.

Ad M. D. G.

Omyłka na karcie 24. w wierszu 7.

W następuiącym Rozdziale, czytay, *w następuiącey Propozycyi.*